FUNDAMENTO DE LA MATEMATICA por Fermín Hdez. Hdez.

El interés de esta sección, denominada "Fundamentos de la Matemática" es la búsqueda de las bases en que = esta Ciencia se asienta. Pues el fruto de esa búsqueda nos proporcionará de forma directa cual es nuestro método más/ intrínseco y fuerte.

Con ello no quiero decir que la exposición que se haga ha de hacerse de un rigor que no nos permita la exposición simple de las "ideas", que son en realidad la base/ de cualquier científico, sino que procuraremos que sean == éstas las que se vean a simple vista y no en su rigor formal, que para el que necesite profundizar, daremos la bibliografía conveniente.

También quisiera que aquí se expusieran todas === aquellas grandes dudas que aparecen cuando profundizamos = un poco en geometría elemental, en números, etc.

Por todo ello, comenzaremos por cuestionarnos la/ construcción de los Números, en particular los números naturales con los axiomas de Peano.

(I) 0 es un número natural.

(II) Si n es un número natural entonces n' es un número = natural únicamente determinado.

(III) Para cualquier par de números naturales m, n, si == m' = n' entonces m = n.

(IV) Para cada número natural n, $n' \neq 0$.

(V) Si M es un subconjunto de N, tal que $0 \in M$ y $m' \in M$ siempre y cuando $m \in M$. Entonces M=N.

Estas frases tratan de buscar las raíces, los conceptos más primitivos, los más evidentes, que son la causa de las propiedades conocidas de los números naturales. Y = es a partir de ellas de donde construiremos el conjunto de los Números Naturales.

(I) "0 es un número Natural". Con este enunciado tratamos/ de fijar un objeto de partida, para comenzar la construcción. Este ente llamado cero podría ser un objeto cual quiera, no entenderemos por ello más que un objeto prefijado. Es decir ese objeto, podría ser una silla, una mesa, - un cuadro, etc. Decir "0 es un número natural" es lo mismo que afirmar que tenemos un objeto de partida para comenzar la construcción del conjunto de los números naturales.

(II) "Si n es un número natural, entonces n' es un número/ natural (llamado siguiente de n) unicamente determinado. Con éste, pretendemos construir un mecanismo que nos = permita crear objetos a partir de uno dado, ese mecanismo/ le llamamos "siguiente". Este mecanismo al ser aplicado a/ un objeto, debemos de obtener un solo objeto y estar determinado. Así como 0 es ya un elemento que tenemos le aplicamos ese mecanismo y obtendremos un objeto 0' que formará = parte de nuestro conjunto en construcción, y, por lo tanto se le podrá aplicar el mecanismo, obteniendo un objeto === (0')' siendo éste del conjunto que estamos construyendo y/ así sucesivamente vamos creando todos los elementos de ese conjunto.

Este mecanismo podría ser "partir a la mitad", si por ejemplo nuestro elemento de partida es una hoja rectangular, o bien si nuestro elemento de partida es un bote de pintura roja, el mecanismo sería añadir una porción de color negro, obteniendo la primera vez un color obtenido anteriormente obtendremos otro mas oscuro que aquel e iremos así obteniendo tonos diferentes de un mismo color aplicandole el mecanismo.

(III) y (IV) Pero este mecanismo ha de cumplir unas restricciones; éste no nos valdría si ocurriera alguna de = estás peculiaridades:

a) $0 = 0' = (0')' = ((0')')' = \dots\dots\dots\dots$

Es decir, todos los elementos creados son iguales.

b) $0 \longrightarrow 0' = 0'' = \dots\dots\dots$

Es decir crear unos primeramente distintos y luego ser/ todos iguales a partir de uno determinado.

c) $0 \longrightarrow 0' \longrightarrow 0'' \longrightarrow 0''' \qquad \dots\dots\dots$

Es decir formar círculos. Creando varios elementos distintos para luego ir constantemente repitiéndose dichos objetos.

$0 \longrightarrow 0' \longrightarrow 0'' \longrightarrow 0''' \longrightarrow 0^{iv} = 0 \longrightarrow 0^{V} = 0^{I} \longrightarrow 0^{VI} = 0^{II}$

$0^{vii} = 0''' \longrightarrow 0^{viii} = 0 \longrightarrow 0^{ix} = 0'$ ....

Para evitar que el mecanismo pueda dar posibilidad a tales casos, tenemos el axioma (III) y (IV).

Con el axioma (IV) evitaríamos el caso a), pero no evitaríamos ser iguales, pero si podrían ser iguales todos los elementos a partir del segundo término creado $0 = 0' = 0'' = 0'''$ .... pero si le aplicamos el axioma (III) a $0' = 0''$ $0 = 0'$ con lo cual unido al axioma (IV) sería imposible. Conjugando estos dos axiomas evitamos que se pueda repetir a partir de uno cualquiera; con esto evitamos el caso b).

El caso a) no ocurriría por el axioma (IV) al ser imposible que el siguiente de cualquier objeto ya creado vuelva a dar 0, es decir, $n' \neq 0$, puesto que en el ejemplo c) $0''' = (0'')'$.

(V) Este axioma nos dice que el conjunto así creado con este punto de partida y dicho mecanismo, le llamaremos conjunto N, de los números naturales.

Puesto que de antemano hemos supuesto que ese conjunto estaba definido, al aparecer la frase número natural en cada uno de esos axiomas, en realidad hemos logrado describirlo descubriendo sus elementos, previamente dándonos uno de sus constituyentes el "0".