LIMITE, DERIVADA Y DIFERENCIAL

Coordinador: **Antonio Martinón Cejas**

1- Observaciones previas:

a) En un principio se pensó en la constitución de dos grupos diferentes de trabajo, uno para el estudio de «Límite»y otro para «Derivada y Diferencial». El escaso número de profesores que optaron por el primero, aconsejó la unión de ambos.

b) El equipo efectúa tres sugerencias para unas próximas Jornadas:

1) Conocer previamente los temas que van a tratarse y que los profesores se adscriban a ellos en el momento de la inscripción.

2) Encargar a algún grupo de profesores que elabore un documento de trabajo que sirva como base a las discusiones y al trabajo en equipo en el desarrollo de las Jornadas.

3) Prestar mayor atención al Análisis en unas próximas reuniones.

c) Las presentes conclusiones recogen, de modo resumido, las posturas mayoritarias manifestadas en los distintos puntos discutidos. En raras ocasiones hubo unanimidad. Las discusiones, generalmente, se centraron para 2º BUP en el tema de «Límite» y para 3º en el de «Derivada y Diferencial».

2- Conocimientos previos

Los alumnos deben conocer, antes de abordar el estudio de límites y derivadas, lo siguiente:

a) El conjunto R de los números reales: orden denso y completo, densidad de Q en R, valor absoluto y distancia.

b) Funciones y sus gráficas; funciones polinómicas de grados 0,1 y 2; funciones «a trozos».

3-Límites:

a) Conveniencia de comenzar, en una primera aproximación, con una definición informal (el límite de f en a es l si f (x) está próximo a l para x próximo a a).

Conviene llegar a dar la definición rigurosa, aunque puede posponerse para el final del cálculo de límites.

No parece conveniente sobrepasar un par de ejemplos sencillos como aplicación de la definición al cálculo de límites.

La explicación (sin formalidades excesivas) de las nociones de límites laterales, límites infinitos y en el infinito, favorece una mejor comprensión de la noción de límite.

Debe ponerse de manifiesto la unicidad del límite.

No es preciso restringir el campo de los ejemplos a gráficas de funciones cuyas ecuaciones sean conocidas por el alumno.

b) Procede enunciar los teoremas relativos a límite de una suma, producto y cociente, demostrando el primero de ellos.

A partir de ellos y estableciendo la continuidad de las funciones constantes y de la identidad, obtenemos la continuidad de los polinomios y de las funciones racionales.

La continuidad debe ser establecida como una situación especial del valor del límite, procurando adelantar en lo posible su introducción.

No conviene extenderse demasiado en el cálculo de límites y trabajar con funciones sencillas: polinomios, racionales y radicales sencillos, prestando atención a los de las formas k/∞, $k/0$, ∞/k, $0/k$

El estudio de formas indeterminadas debe restringuirse a los de la forma ∞/∞, $0/0$, $\infty - \infty$, 1^∞. Conviene no utilizar los términos de «límite indeterminado», sino de «forma indeterminada», poniendo ejemplos de límites con valores distintos y con una misma forma indeterminada.

No conviene poner

$$«\lim_{x \to 1} \frac{x^3-1}{x^2-1} = \frac{0}{0}»$$

sino escribir $«\lim_{x \to 1} \frac{x^3-1}{x^2-1}$ es de la forma 0/0 »

c) Se discutió la conveniencia de comenzar con la cuestión de continuidad y luego la de límite, o por el contrario, primero la de límite y luego la de continuidad. No hubo unanimidad en el criterio a seguir, pero si fue general la opinión de que han de ser casi simultáneas las introducciones de ambos conceptos.

d) La mayoria considera inadecuada la utilización de ε y δ en las definiciones, puesto que supone una barrera más que ha de superar el alumno.

4-Derivadas y Diferencial

a) Se defendieron tres métodos de introducción al concepto de derivada:

1) La tangente es la recta que mejor se aproxima a la curva, con lo que ha de ser

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x) - m(x-a) - f(a)}{x-a} = 0$$

y $m = f'(a)$. En este caso se logra «un alto grado de intimidad entre recta y curva».
2) La derivada mide «la tasa de variación».
3) La derivada mide la pendiente de la Tangente, que es el límite de las pendientes de las secantes.

b) Conviene establecer la relación entre continuidad y derivabilidad y que el alumno asocie la derivabilidada la «suavidad» de la curva, y que en los puntos angulosos, la función no es derivable.
c) Deben demostrarse las fórmulas para el cálculo de las derivadas.
d) Conviene utilizar todas las notaciones usuales.
e) Parece muy conveniente prestar más atención a la noción de diferencial, poniendo de manifiesto su utilidad para la aproximación lineal de funciones y su significado geométrico, así como sus aplicaciones a la física.