

LA SIMULACION EN EL BACHILLERATO
ASPECTOS DIDACTICOS

A. Arribi López
y F. Hernández Guarch

CONCEPTO GENERAL DE SIMULACION

La Simulación es la representación de ciertos aspectos del comportamiento de un sistema físico o abstracto por el comportamiento de otro sistema. Pretende, básicamente, hacer medidas experimentales del comportamiento, aunque también se usa con fines didácticos, como es nuestro caso.

La Simulación ha sido una de las aplicaciones más útiles y productivas de la Ciencia de las Computadoras, usadas a todos los niveles por la Industria, la Universidad y las Empresas con el advenimiento de las modernas Computadoras digitales.

Históricamente, el concepto actual de Simulación Digital fue propuesto hace tiempo por John von Neumann, quien llamó a su método "Montecarlo" porque implicaba generación aleatoria de parámetros en el modelo. En general, la Simulación es importante en aquellas situaciones en las que ha de usarse un modelo o sistema sustituto para predicción de datos. A veces es el único medio dada la imposibilidad de una experimentación real, por ser ésta demasiado peligrosa o económicamente prohibitiva.

En un sentido actual, la Simulación empezó hacia 1959 con el desarrollo por grandes corporaciones industriales de varios Simuladores (1) de tareas comerciales. El primer lenguaje de Simulación Digital con propósitos generales apareció en 1962 en EE.UU. La tecnología ha evolucionado mucho en los años siguientes y hoy existen organizaciones dedicadas exclusivamente a la Simulación. Muchas Instituciones Académicas respondiendo a la creciente y rápida demanda de esta tecnología tan útil dan cursos de Simulación que comprenden elementos de Matemáticas, Ingeniería y Gestión.

La Simulación es un proceso que emplea un modelo computerizado de ciertos

(1) Los Simuladores son programas desarrollados para llevar a cabo el proceso de Simulación. También se llaman así a las personas que hacen Simulación.

hechos significativos de un sistema físico o lógico. El objeto de la Simulación es proporcionar un modelo experimental con el que podamos predecir el comportamiento del sistema real, tanto más cuanto más perfecto sea el modelo. El proceso de la Simulación comprende varias etapas, a saber: definición del experimento, construcción del modelo, realización en una computadora, comprobación de la validez y recogida y análisis de datos.

Resolver un problema por Simulación significa conocer el comportamiento de algún modelo dinámico, esto es, cuyo estado cambie con el tiempo. Para ello hay que determinar la extensión y el detalle del modelo, así como la amplitud de la entrada y la salida de datos requeridas. En general, cuanto mayor es la extensión, menor es el detalle que puede ser incluido en el modelo. La entrada de datos es considerada frecuentemente como un problema del área de Simulación. Datos de entrada supuestos o de baja calidad pueden invalidar los datos de salida, pero no alteran la viabilidad del proceso de Simulación.

Existen básicamente dos tipos de modelos. Los de variable-continua, que representan aquellos sistemas descritos por funciones continuas del tiempo (por ejemplo, sistemas físicos representados por ecuaciones diferenciales) y se desarrollan en Computadoras Analógicas o Digitales. Los de variable-discreta, cuyo estado dinámico cambia a intervalos discretos, y se desarrollan en Computadoras Digitales, siendo éstos los más importantes.

La Computerización del modelo de Simulación tiene la ventaja de la automatización en la recogida y almacenamiento de datos. Gracias a ello, el uso de modernas Computadoras Digitales permite la representación de complejos procesos dinámicos y el desarrollo del método de "Montecarlo" en los sistemas a estudiar, al sustituir el estudio de un fenómeno aleatorio por el de una tabla de números aleatorios que los imita, y que es generada por la propia Computadora. En este método hemos basado todos los trabajos que se proponen en el presente artículo como ejemplos de Simulación para el Bachillerato.

Deberíamos hacer notar que la mayor parte de las Simulaciones de variable-discreta podrían desarrollarse por computación manual, aunque ello sería tedioso. Sin embargo, a veces es un método útil para comprobar la bondad del método computerizado.

Frecuentemente se usan lenguajes de alto nivel, pero para Bachillerato puede conseguirse el objetivo deseado con pequeños programas desarrollados en Basic (véase la ponencia que hemos presentado en la reunión anual de 1980, Las Palmas, sobre "La Introducción del Lenguaje Basic en los contenidos del BUP").

Para establecer el grado de validez de los resultados de una Simulación se les debe exigir una precisión relativa de acuerdo con un criterio bien establecido. Esto es importante, puesto que la Simulación es un proceso aproximativo, que emplea frecuentemente parámetros y datos hipotéticos o estadísticos. En este

sentido, los resultados de una Simulación, con una precisión especificada pueden ser válidos para un propósito y no serlo para otro.

La Simulación es un sustituto de la experimentación real y normalmente tiene lugar en ausencia de un conjunto completo de datos reales. Por ello no es posible establecer con precisión absoluta extrapolaciones, pues el propio modelo, para ser establecido, ha de basarse en una serie de suposiciones. En cualquier caso, establecer la precisión final, y por tanto la validez del modelo, supone un proceso iterativo de ajuste, cuya convergencia nos llevará a algún criterio aceptable.

ASPECTOS DIDACTICOS DE LA SIMULACION

La finalidad de las probabilidades es descubrir modelos matemáticos que sirvan para interpretar del mejor modo posible una situación probabilística dada.

Puede suceder que, por lo menos al principio, seamos incapaces de utilizar métodos probabilísticos, bien por falta de instrumentos matemáticos adecuados, bien porque haya demasiados casos posibles a tener en cuenta, o porque partamos de hipótesis de equiprobabilidad no justificada, o tal vez porque no sepamos hacer un estudio sistemático de los posibles casos.

Podemos contentarnos, en una primera etapa, con un modelo aproximado, que sirva para Simular la situación real. En el apartado siguiente proponemos una serie de ejemplos de Simulación propios del Bachillerato.

Además, la Simulación tiene otra virtud: permite desarrollar la intuición y el pensamiento probabilístico del alumno, quien toma conciencia de los fenómenos aleatorios con ayuda de situaciones características; pero si no se prepara la intuición, las probabilidades no son más que una diversión sin ningún objeto. Nuestro objetivo no es el de una enseñanza dogmática, sino el de cambiar el aprendizaje de la Matemática y poner al alumno en contacto directo con su propio pensamiento y con el mundo que le rodea. Gracias a los métodos de Simulación, el alumno es capaz de abordar un gran número de situaciones probabilísticas y avanzar así un paso más. Hallará entonces una profunda motivación para seguir más lejos, y en particular tendrá a menudo ganas de forjar nuevos instrumentos matemáticos que le serán necesarios para construir un modelo matemático más eficaz. Así, progresivamente, cambiará la Simulación por el razonamiento, y sacará provecho e interés de los métodos de Simulación, tanto desde el punto de vista pedagógico como teórico.

EJEMPLOS DE SIMULACION PARA EL BACHILLERATO

Citamos a continuación una serie de cinco ejemplos que corresponden a otros tantos trabajos que nosotros hemos desarrollado y publicado. En cada uno de ellos se hace el enunciado del problema y se da la referencia bibliográfica de su publicación.

1. Problema de Buffon

Se tienen sobre un plano una serie de paralelas equidistantes. Se lanza una aguja, de longitud inferior a dicha distancia entre paralelas, al azar sobre el plano y se busca la probabilidad de que la aguja corte a alguna paralela.

Pertenece al trabajo "Buscando el valor de π ", publicado en "Cursillos sobre didáctica matemática", tomo XVI, pg. 3 a 11, Madrid, 1978.

2. Choque de neutrones

Deseamos conocer qué porcentaje de los neutrones incidentes atraviesa una lámina de plomo de un determinado espesor, sabiendo cuál es el recorrido libre medio y las probabilidades relativas de que el neutrón sea absorbido o rechazado.

Pertenece al trabajo "Simulación por el método de Montecarlo. Un caso histórico: la penetración de los neutrones térmicos", publicado en "Revista de Matemática y Física", año VI, números 19 y 20, Enero-Septiembre, Cumaná, 1979.

3. La ruina de un jugador

Un jugador está apostando con una "fortuna inicial" y con una meta o "fortuna deseada". Se desea averiguar la probabilidad de que se arruine, de que alcance su objetivo, el valor de la ganancia media y la duración media del juego.

Pertenece al trabajo "La ruina de un jugador. Aplicaciones didácticas de los números aleatorios", publicado en la Revista "Números", vol. I-3, pg. 107 a 110.

4. El coleccionista de cromos

Un coleccionista desea saber cuántos cromos debe adquirir para completar una colección, intercambiándose cromos con otro coleccionista o bien aisladamente.

Creemos que el problema es original del profesor Ricardo Aguado. Una revisión del mismo está en el artículo citado anteriormente.

5. Fabricación de botellas de vidrio

En la fabricación de botellas de vidrio se encuentran partículas duras y pequeñas en la masa fundida de la cual se hacen las botellas. Si aparece una sola partícula en una botella, ésta no puede ser usada. ¿Cuántas botellas tendremos que rechazar?

Pertenece al trabajo "Introducción a la Simulación en el Bachillerato. Su didáctica", pendiente de publicación en esta revista.

CONCLUSIONES

Es un hecho irreversible el advenimiento de las computadoras y la importancia que adquieren, cada vez mayor, en nuestra propia vida. Se usan a todos los niveles en Investigación y en Didáctica. Ahorran en parte la experimentación real y, a nuestro nivel, ayudan a desarrollar la concepción de modelos y hacen que el

alumno profundice en los problemas tratados y, en definitiva, en el meollo de la Matemática misma.

Por otra parte, la introducción de la Simulación en los contenidos del BUP familiariza a nuestros alumnos con unos hechos de gran trascendencia científica y tecnológica, y prepara a algunos de ellos para el desarrollo de problemas más científicos y más profundos, que necesitan para su solución del concurso no sólo de la Matemática, sino también de otras disciplinas.

La Simulación desarrolla la intuición del alumno y le hace tomar conciencia de los fenómenos aleatorios, al mismo tiempo que le hace conocer la realidad del mundo que le rodea con un sentido de aproximación que antes no tenía.

Por todo ello y aun por más razones, creemos que la Simulación debe desarrollarse ya en el BUP, como lo hicieron en su día las tablas de logaritmos y hoy las calculadoras, pues es una técnica de vanguardia y debemos concienciarnos todos de su necesidad y de sus ventajas.

BIBLIOGRAFIA

- (1) Bonet, E.: Problèmes de simulation par la méthode de Montecarlo. Second Séminaire E. Gallion. O.C.D.L. Hatier. Paris, 1972.
- (2) Brown, G.W.: Montecarlo Methods. (US Department of Commerce. National Bureau of Standards, 1951).
- (3) Burke Horton, H.: Random decimal digits. (Interstate Commerce Commission, 1949).
- (4) Chorafas, D.N.: Systems and Simulation. New York, 1965.
- (5) Fortet: Applications de la Statistique a la Physique Nucleaire. Instituto de Investigaciones Estadísticas. Madrid, 1952.
- (6) Guetzkow, H (ed): Simulation in Social Sciences: Readings. Englewood Cliffs. N.J., 1962.
- (7) Hamersley, J.M.; Handscomb, D.C.: Montecarlo Methods. (J. Wiley, 1964. N.Y.)
- (8) Janson, B.: Random Numbers Generators. (Almquist & Wicksell, 1966).
- (9) Kuntzman, J.: L'apport de l'informatique a l'enseignement mathematique. (CEDIC, Paris, 1974).
- (10) Martin, F.F.: Computer modelling and Simulation. (Wiley pp 331). New York, 1968.
- (11) Meyer, H.A.: Symposium on Montecarlo Methods. John Wiley & Sons, 1954.
- (12) Milner, W.E.: Numerical Solution of Differential Equations. John Wiley & Sons, 1953.
- (13) Mizer, J.H.; Cox, J.G.: Essentials of Simulation. (Prentice Hall International, pp 234). London, 1968.
- (14) Naylor, T.: Técnicas de Simulación en computadora. Limusa, México, 1977.

- (15) Smith, J.V.M.: Computer Simulation Models. (Griffin, pp 112). London, 1968.
- (16) Sobol, I.M.: Método de Montecarlo. (MIR, Moscú, 1975).
- (17) Tocher, K.D.: The art of Simulation. London, 1963.
- (18) Wilkins, B.R.: Analogue and Iterative Methods in Computation, Simulation and Control. (Chapman and Hall, pp 276). London, 1970.