

TRAZADO DE CURVAS CON AYUDA DE LA CALCULADORA

Juan Julián Merino Rubio

Todos nos hemos enfrentado con la tediosa tarea de representar una función $y = f(x)$ por puntos. El procedimiento que sigue nos evita una de las partes más engorrosas : la del redondeo mental que hacemos de los valores de la función para adecuarlos a la precisión de la gráfica y el ajuste de la función al tamaño del papel y de la cuadrícula en que vamos a representar.

Efectivamente, este procedimiento simplemente exige programar la función y dar el ancho y el alto de la gráfica en número de cuadrículas. La calculadora incrementará automáticamente el valor de la abscisa y nos dará la ordenada correspondiente mediante un número entero, el cual nos indicará la cuadrícula que tenemos que marcar en la gráfica.

Al programa se le introducen los siguientes datos :

a) La función $f(x)$ a representar; bien mediante una subrutina, bien incluida como parte del programa.

b) La " ventana " por la que nos asomamos al mundo de la función (Fig. 1) :

marco izquierdo : a

" derecho : b

" inferior : c

" superior : d

c) El tamaño de la gráfica en cuadrículas :

nº de cuadrículas en vertical: m ; en horizontal: n

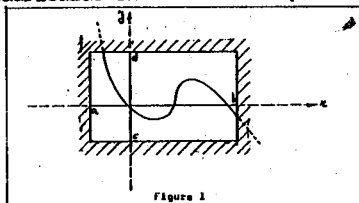


Figura 1

La primera parte del programa (o una rutina inicial),ajusta los parámetros :

- . incremento : $\Delta x = (b - a) / n$
- . abscisa inicial : $x_0 = a - \Delta x / 2$
- . factor : $h = (m - 1) / (d - c)$

La última parte del programa es el bucle que calcula sucesivamente los puntos de la gráfica :

- . abscisa del k-ésimo punto : $x_k = x_{k-1} + \Delta x$
- . ordenada del k-ésimo punto: $y_k = f(x_k)$
- . reducción a un entero : $z_k = h (y_k - c) + 1$; la salida es z_k redondeado a un entero.

El fundamento es sencillo: el intervalo $[a , b]$ se divide en n subintervalos iguales mediante los puntos $\alpha_0 = (a) , \alpha_1 , \alpha_2 , \dots , \alpha_n = (b)$.El tamaño Δx de cada subintervalo es,pues,

$$\Delta x = \frac{b - a}{n}$$

La función se calcula en los puntos centrales de cada subintervalo (Fig. 2), de abscisas $\{ x_1, x_2, \dots, x_n \}$, donde

$$x_{i+1} = x_i + \Delta x$$

$$x_0 = \alpha_0 - \frac{\Delta x}{2}$$

La ordenada, y , es el valor de la función en el punto x , cumpliéndose, si la ventana está bien elegida, que

$$c \leq y \leq d$$

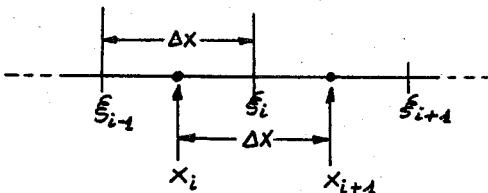


figura 2

Ahora hay que ajustar este valor a uno de los m subintervalos en los que se divide el intervalo $[c , d]$ del eje de ordenadas.

Como $0 \leq y - c \leq d - c$ es $0 \leq \frac{y - c}{d - c} \leq 1$, de donde, multiplicando por $m - 1$ y sumando 1, resulta finalmente

$$1 \leq \frac{y - c}{d - c} \leq (m - 1) + 1 \leq m$$

En el programa llamo z a la expresión intercalada entre los dos signos de orden, que es una cantidad comprendida entre 1 y m , que al redondearla nos dice en cuál de los subintervalos verticales queda el punto de la curva.

La fig.3 muestra la gráfica de la función

$$y = \text{sen} (1.8 x - 1.1)$$

en el intervalo $[0, 2\pi]$, obtenida con el procedimiento descrito, incorporado a una sencilla "CASIO" programable, la fx-3500P.

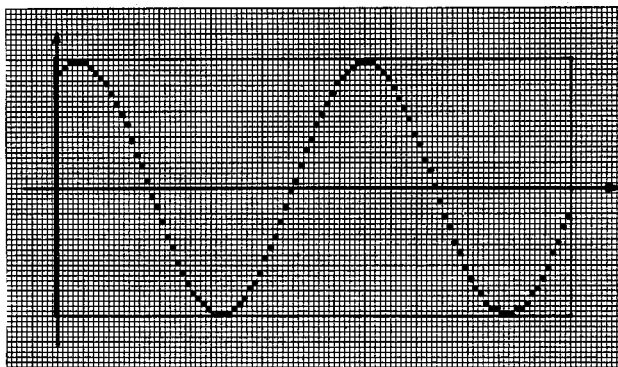


figura 3

He utilizado el área de programa P2 para el ajuste de los parámetros, y el área P1 para el cálculo de los sucesivos puntos de la gráfica. He asignado los registros de la siguiente forma :

. Antes de correr P2 :

a en K1 , b en K2 , c en K3 , d en K4 , n en K5 y m en K6

. Después de correr P2 (y antes de correr P1) :

x_0 en K1 , Δx en K2 , c en K3 y h en K6.

Los registros K4 y K5 están disponibles para constantes de la función; el M está disponible siempre.

Voy a describir cómo he obtenido la fig.3 y ello sirve como "manual del usuario" del programa. Una vez introducidos los programas P1 y P2 en la memoria de programas de la calculadora -listados a continuación-pongo en los registros K1 a K4 los "marcos" de la gráfica : 0 , 2π , - 1 , 1 , en este orden ; en los registros K5 y K6 el tamaño : 100 en horizontal y 50 en vertical. Ahora se corre P2 : (INV P2) Pongo los parámetros de la función : 1.8 en K4 y 1.1 en K5. Fijo el modo angular en radianes y en cero decimales (FIX 0) . Pulsando P1 repetidas veces obtengo ca-

da vez un valor entero correspondiente a la cuadrícula que debo marcar.

He aquí los listados de los programas :

| | |
|---------------|---------------|
| 1: P1: Kout 2 | 1: P2: Kout 1 |
| 2: Kin 1 | 2: Kin - 2 |
| 1': ((.. | 3: Kout 5 |
| 2': Kout 4 | 4: Kin + 2 |
| 3': x | 5: Kout 2 |
| 4': Kout 1 | 6: + |
| 5': + | 7: 2 |
| 6': Kout 5 | 8: = |
| 7': ..)) | 9: Kin - 1 |
| 8': sin | 10: Kout 3 |
| 3: = | 11: Kin - 4 |
| 4: Kout 3 | 12: 1 |
| 5: = | 13: Kin - 6 |
| 6: x | 14: Kout 4 |
| 7: Kout 6 | 15: Kin + 6 |
| 8: + | |
| 9: 1 | |
| 10: = | |

*Aquí se intercala la función $f(x)$ a representar. Se dispone de los registros K4, K5 y M para constantes de la función. La variable x se encuentra en K1. Pueden utilizarse un total de 13 pasos para programar la función.

Para una calculadora con mayor potencia de programación, como la TI-59, he seguido el siguiente procedimiento :

. La función a representar la programo bajo la etiqueta E'. La variable x se encuentra en R_{17} . No se pueden utilizar los registros R_{11} a R_{19} (en mi implementación).

. Introduzco los "marcos" de la siguiente forma : a, b, c, d en A', B', C', D', respectivamente.

. Para el tamaño de la gráfica : n en A y m en B.

Todos estos valores se pueden introducir en cualquier orden.

. Se inicializan los parámetros con C.

. Se ejecuta el programa de cálculo con E ,que se pulsa repetidamente para obtener cada vez un punto de la gráfica.

Los datos no se modifican en el transcurso del programa,por lo que resulta muy cómodo modificar alguno de ellos;los restantes permanecen inalterados.

Las instrucciones 017 y 019 puen cambiarse por

017 99 PRT

018 61 STO

019 15 E para que salgan los valores de

forma continua(por ello he dejado dos instrucciones vacías, NOP.

Las figs.4 y 5 muestran,acompañadas de las subrutinas correspondientes,unas gráficas obtenidas con este programa.A continuación, listo el programa total.

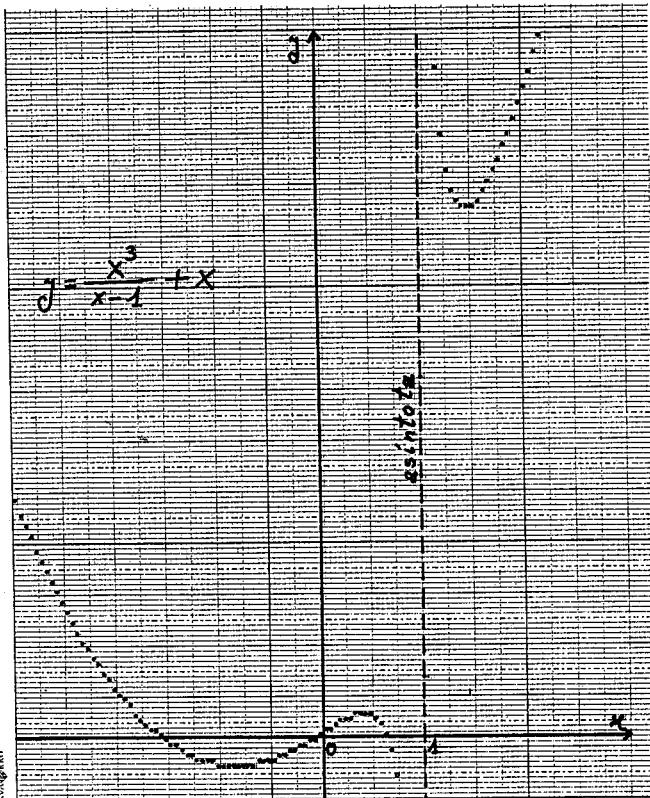


Figura 4

```

093 76 LBL
094 10 E'
095 43 RCL
096 17 17
097 65 X
098 53 (
099 33 X²
100 55 +
101 53 (
102 43 RCL
103 17 17
104 75 -
105 01 1
106 54 )
107 85 +
108 01 1
109 54 )
110 92 RTN
111 00 0
112 00 0

```

TRAZADO DE CURVAS
POR PUNTOS. TARJETA 8

000 76 LBL
001 15 E
002 43 RCL
003 18 18
004 44 SUM
005 17 17
006 10 E'
007 75 -
008 43 RCL
009 13 13
010 95 =
011 65 X
012 43 RCL
013 19 19
014 85 +
015 01 1
016 95 =
017 92 RTN
018 68 NOP
019 68 NOP
020 76 LBL
021 13 C
022 53 (<
023 43 RCL
024 12 12
025 75 -
026 43 RCL
027 11 11
028 42 STD
029 17 17
030 54)
031 55 +
032 43 RCL
033 15 15
034 55 +
035 42 STD
036 18 18
037 02 2
038 95 =
039 22 INV
040 44 SUM
041 17 17
042 53 (<
043 43 RCL
044 16 16
045 75 -

046 01 1
047 54)
048 55 +
049 53 (<
050 43 RCL
051 14 14
052 75 -
053 43 RCL
054 13 13
055 54)
056 95 =
057 42 STD
058 19 19
059 58 FIX
060 00 00
061 92 RTN
062 76 LBL
063 16 A'
064 42 STD
065 11 11
066 92 RTN
067 76 LBL
068 17 B'
069 42 STD
070 12 12
071 92 RTN
072 76 LBL
073 18 C'
074 42 STD
075 13 13
076 92 RTN
077 76 LBL
078 19 D'
079 42 STD
080 14 14
081 92 RTN
082 76 LBL
083 11 A
084 42 STD
085 15 15
086 92 RTN
087 76 LBL
088 12 B
089 42 STD
090 16 16
091 92 RTN
092 76 LBL
093 10 E'

≡

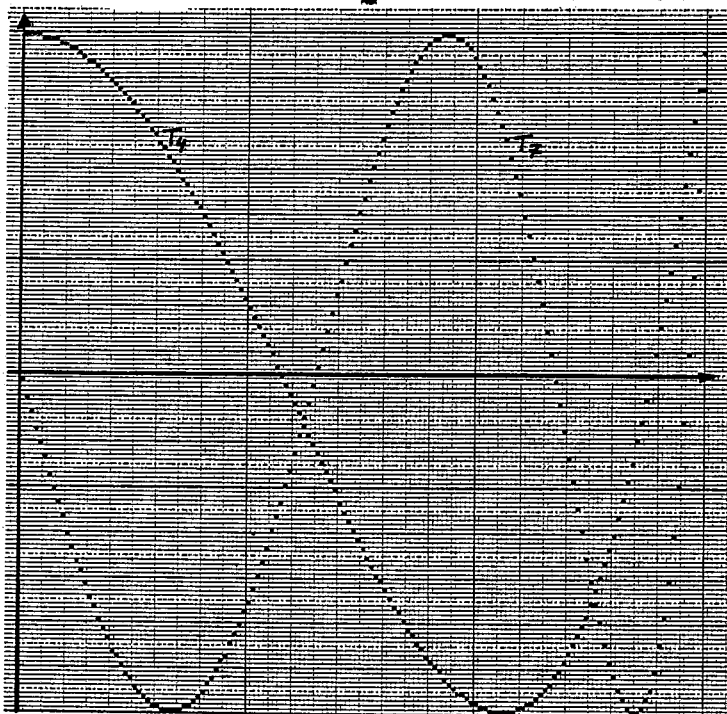


Figura 5.

Polinômios de Tchêbychev:

$$T_4(x) = 8x^4 - 8x^2 + 1$$

$$T_7(x) = 64x^7 - 112x^5 + 56x^3 - 7x$$

```

093 76 LBL
094 10 E'
095 02 2
096 01 1
097 42 STO
098 01. 01
099 43 RCL
100 17 17
101 33 X²
102 42 STO
103 25 25
104 43 RCL
105 20 20
106 83 GO*
107 10 10
108 76 LBL
109 42 STO
110 53 (
111 24 CE
112 65 x
113 43 RCL
114 25 '85
115 85 +
116 73 RC*
117 01 01
118 54 )
119 92 RTN
120 71 SBR
121 42 STO
122 69 OP
123 01 01
124 71 SBR
125 42 STO
126 69 OP
127 21 21
128 71 SBR
129 42 STO
130 69 OP
131 21 21
132 71 SBR
133 42 STO
134 87 IFF
135 01 01
136 01 01
137 44 44
138 53 (
139 24 CE
140 65 x
141 43 RCL
142 17 17
143 54 )
144 92 RTN
145 00 0

```

