ERRORES OPERACIONALES MAS FRECUENTES Y FRACASO ESCOLAR

Coordinador:

José A. Rupérez Padrón

1.

Este grupo de trabajo pretende hacer un estudio de los errores operacionales más frecuentes con que los alumnos llegan al B.U.P., así como de sus posibles causas y soluciones. Psicólogos y pedagogos - entre ellos, Halowey en 1974 y Rosenthal y Siegel en 1959 - han demostrado que una vez que se han formado las creencias, se requiere mucha evidencia en contra para que sean alteradas. Por ello, nos hemos centrado en buscar un método que permita evitar la formación del error, más que corregirlo una vez presentado. Y cualquiera que sea el método a seguir, ha de comenzarse por tomar conciencia de qué leyes y propiedades son confundidas, malinterpretadas, transformadas o ignoradas por los alumnos, para luego analizar cómo incide esto en el fracaso en el área matemática y de las ciencias fisicoquímicas.

La relación de errores más comunes que exponemos a continuación es de tipo cualitativo; su estudio cuantitativo está pendiente actualmente de una recogida de datos y su correspondiente valoración. Es, evidentemente, una lista incompleta, abierta; pero creemos que es válida para nuestro propósito : evitar que se cometan los errores más frecuentes, no evitar todos los errores.

Atendiendo a las causas comunes o a la relación que, de alguna manera, exista, los hemos clasificado en dos grupos :

A) ERRORES RELATIVOS AL ELEMENTO NEUTRO Y AL FACTOR -1 :

- $\frac{a}{a} = 0$, que proviene de la costumbre de "tachar" :

$$\frac{a}{a} = \frac{\cancel{a}}{\cancel{a}} = \frac{0}{0} = 0$$

- No considerar el factor 1 cuando no está escrito, lo que lleva a sacar factor común así :

$$xa + x = xa$$

- Dejar $\frac{a}{1}$ como resultado final.

- No advertir que en la expresión $x^2 - x$, la segunda x tiene un exponente unidad, lo que da lugar a $x^2 - x = (x - ?)$.

- "Sublimación" del signo -:

$$-x = 2 \longrightarrow x = 2$$

- $(-x)^{-2} \equiv x^2$, por "hiperaplicación" del signo -.

Cabe clasificar también todos los errores producidos por la costumbre de "tachar": Se simplifica lo que se repite tachándolo :

- $\frac{\cancel{2} + x}{\cancel{2}} = x$
- $\frac{\cancel{sen}\ A}{\cancel{sen}\ B} = \frac{A}{B}$
- $5\cancel{x} - \cancel{x} \equiv 5$

Y, en una ocasión, vimos esta igualdad antológica :

$$\frac{sen\ 2x}{sec\ x} = \frac{n.2}{c}$$

B) ERRORES CORRESPONDIENTES A LA PROPIEDAD DISTRIBUTIVA :

- Aplicación incorrecta : $4(3 + 2) = 4.3 + 2$
- Lateralidad : $(a + b).c = ?$

- Suprimir paréntesis para multiplicar por una suma indicada.
- Distribuir en cuanto se ve un paréntesis. Por ejemplo :

$$3(a.b) = 3a.3b$$

- No distribuir si se trata de una fracción :

$$-5.\ \frac{4-a}{3} = \frac{-20}{3} - \frac{a}{3}$$

- Rechazo de la descomposición ($\frac{a+b}{2} = \frac{a}{2} + \frac{b}{2}$) y, al mismo tiempo, tendencia a hacerlo en casos en que no procede ($\frac{a}{b+c} = \frac{a}{b} + \frac{a}{c}$)

- Distribuir cada vez que aparecen dos operaciones y una de ellas es la suma, como en el ejemplo visto y en los que siguen :

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2$$
$$\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$$
$$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$
$$\log(a+b) = \log a + \log b$$
$$\operatorname{sen}(a+b) = \operatorname{sen} a + \operatorname{sen} b$$

Las causas posibles de unos y otros errores son variadas, pero pensamos que el meditar sobre algunas de ellas puede conducir a que seamos más sensibles y cuidemos aspectos poco vigilados en las explicaciones y en los ejercicios.

Hay unos desconocimientos, tales como el del uso de la prioridad de operaciones y el del uso del paréntesis, que son fuente de múltiples y continuos errores operacionales en forma general. Pero existen también conocimientos más específicos que, por ignorados o malinterpretados, causan asimismo diversos errores. Entre estos podemos mencionar :

. El omitir muy tempranamente el profesor el 1 como factor, divisor o exponente, lo que hace ignorar igualdades como $1.x=x$; $x/1=x$; $x^1=x$ Se agrava esto cuando simplificamos "tachando".

. El no haber captado los alumnos que para aplicar la distributividad debe haber dos operaciones con un grado diferente de potencialilidad, y que la más potente distribuye a la otra.

• Ver como diferentes las expresiones a/b y a:b y, en general, considerar los números fraccionarios como algo aparte, temiendo tanto su aparición en un ejercicio como la de expresiones puramente literales.

• Lateralidad de las igualdades : $x = a + b$ se ve como algo distinto de $a + b = x$. Esto trae por consecuencia que se pase de una a otra mediante cambios de signos, con las complicaciones que ello acarrea.

• Las llamadas igualdades notables se incluyen en los programas actuales en el capítulo de la potenciación, antes de haber explicado y practicado el alumno el producto de polinomios. Los alumnos memorizan dichas igualdades sin ver la relación que tienen con aquél.

• El uso y abuso de expresiones que pierden su significado o su justificación matemática, olvidándose las propiedades que permiten decir, por ejemplo: "quitar paréntesis", "se va", "quitar denominadores", etc.

Evitar estas causas pensamos que contribuiría a dominar los errores que cometen los alumnos, pero, ¿es sólo el desconocimiento de operaciones y propiedes la causa principal? Estamos con B.D. Smith y otros autores en cuanto a que el alumno sí aplica unas reglas para la resolución de operaciones, pero estas reglas son "sus" reglas. Las leyes que el alumno que comete errores persistentemente aplica, provienen tanto de una generalización de leyes o propiedades a operaciones donde no son válidas, como de la aplicación del principio del "ensayo y el error".

Así, por ejemplo, de la distributividad de la multiplicación respecto a la adición y la sustracción, deduce que la potenciación es también distributiva con relación a aquellas. Prueba esto que su mente es ya capaz de abstraer y generalizar, pero...

Mientras, o poco antes, se le enseñan unos números formados por dos dígitos, representados por a/b, y en los que se sigue hablando de suma, resta, producto y división. Pero, no siempre se pueden sumar o, al menos, él suma siempre igual; y unas veces el profesor lo considera correcto y otras no. Además, muchas veces, para poder sumar hay que multiplicar antes, haciendo algo que se llama "reducir a común denominador",para lo que hay que multiplicar en cruz. Pero,también hay que multiplicar en cruz para dividir. Y,por si fuera poco,el profesor insiste en que hay que simplificar,hay que condensar. Lo mejor,entonces,es multiplicar en cruz siempre que aparece algo extraño. Y simplificar siempre que aparecen cosas repetidas,tanto si están en el numerador y denominador,como si una lleva signo + y otra signo - :

$$5\cancel{k} - \cancel{k} = 5 \qquad \text{ó} \qquad \frac{\cancel{2} + x}{\cancel{2}} = x$$

Existe también una mayor incidencia de los ejercicios relacionados con operaciones inversas que con las directas. Es algo totalmente de acuerdo con la mayor dificultad que supone sustraer o dividir frente a sumar o multiplicar.

2.

Tal como se decía al principio del punto 1,para dar un carácter y una base cuantitativa a nuestro trbajo,se pasaron pruebas a alumnos de 7º de E.G.B. y 1º de B.U.P.,que fueron en parte analizadas en estas Jornadas.

Se aportaron posibles soluciones para evitar que el alumnado incurra tan frecuentemente en los errores apuntados. Veamos,a modo de ejemplo,algunas de ellas :

- Respecto a la propiedad distributiva,pareció interesante el que se introduzca el producto como área de un rectángulo,lo que permite luego resolver expresiones como a(b + c) de manera gráfica,haciendo que la longitud de uno de los lados sea b + c.
- Ir construyendo un vocabulario matemático básico durante el curso,conteniendo definiciones acompañadas de ejemplos y con referencia a las páginas del cuaderno o del texto donde aparecen.
- Enseñar a definir,en coordinación con el profesorado de Lengua, insistiendo en la necesidad de la economía de términos,la exactitud,etc.

• Corregir los errores de escritura (dígitos mal escritos que se confunden,por ejemplo),llegando,si es necesario,como en los casos de discalculia o dislexia,a recomendar un tratamiento,previa consulta con un especialista.

• Insistir,por el porcentaje elevado de errores a que dan lugar, en las operaciones inversas. En el caso de la división,cuando es con decimales,hay que unificar los algoritmos. En este sentido,se apuntó que no debe el profesor limitarse a aclarar el mecanismo central de la división,sino también los marginales.

• Cuidar el aspecto de la unilateralidad del signo igual y los consiguientes errores al pasar términos de un miembro a otro.

Insistir en el significado de términos como "miembro","término", "igualdad",e,incluso,"sumando","factor",etc.

3.

Creemos haber expuesto con claridad el trabajo realizado hasta ahora y cuál es la línea que intentamos seguir. Aunque la labor realizada durante estas Jornadas no sea apreciable en cuanto a rendimiento,pensamos que han quedado sentadas las bases que permitirán continuar investigando en este campo durante el resto del presente curso 82-83 y en el siguiente. Es de destacar el compromiso de algunos de los asistentes, miembros no habituales de este equipo,de incorporarse al mismo,lo que facilitará el que,una vez terminada la recogida de datos cuantitativos, pueda establecerse un seguimiento de grupos de alumnos,experimentales y de control,para contrastar las ideas y métodos apuntados. También se vio la necesidad de investigar sobre los mecanismos mentales que producen los errores y su peso en el fracaso en la asignatura.