

## El conocimiento especializado del profesor de matemáticas como fruto del cambio

José Carrillo Yáñez y Juan P. Martín Díaz  
(Universidad de Huelva. España)

### 1. Introducción

Varios son los posibles sujetos del cambio mencionado en el título. Uno puede ser el conjunto de investigadores en Educación Matemática. Del interés en el aprendizaje, propio de mediados del siglo XX, se ha pasado a un amplio campo de intereses donde el conocimiento del profesor ha emergido, en el plano internacional, como una línea de investigación a la que se han sumado muchos investigadores. Otros sujetos pueden ser los profesores, como los de nuestro grupo de investigación educativa PIC (Proyecto de Investigación Colaborativa), integrado por profesores de Educación Infantil, Educación Primaria y Educación Secundaria, estudiantes de máster y de doctorado, e investigadores, quienes (nos referimos a los profesores) al principio de nuestra común andadura (año 1999) eran reacios a cuestionarse su conocimiento matemático y al cabo de los años reconocieron la necesidad de incrementar su conocimiento para posibilitar su desarrollo profesional.

En los años 1993 y 1994, publicamos en la revista *Números* los artículos Carrillo y Contreras (1993) y Carrillo (1994). Ambos artículos pretendían ofrecer ideas sobre cómo llevar la matemática a nuestros alumnos (en este caso de Educación Secundaria) de un modo fundamentado y atractivo, a la vez que profundo. El primero de estos artículos abordó una explicación del algoritmo de la raíz cuadrada y una reflexión sobre el uso de los algoritmos en las escuelas. El segundo presentó una demostración de la existencia de una única forma de descomponer el cuadrado con todas las piezas del tangram chino. Algoritmo y fundamentación, recurso y prueba ponían de relieve nuestra preocupación por la enseñanza de las matemáticas con comprensión, respetando el papel del alumno como constructor de su conocimiento.

Pero ya desde ese momento pensábamos en el profesorado como guía del proceso de aprendizaje. Desarrollamos investigaciones centradas en el profesor: sus concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas o en particular sobre la resolución de problemas como estrategia metodológica, sus concepciones sobre la propia matemática, su desarrollo profesional, su modo de adquirir pericia profesional, y llegamos a la necesidad de caracterizar su conocimiento, de comprender qué y cómo conoce el profesor.

### 2. Un modelo de conocimiento especializado: el MTSK

Apoyados en Shulman (1986) y Ball, Thames y Phelps (2008), fundamentalmente, hemos desarrollado un modelo llamado Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (al que denominamos MTSK por sus siglas en inglés) (Carrillo *et al.*, 2018). El MTSK (figura 1) no pretende ser un modelo de todo el conocimiento del profesor, sino de aquel conocimiento que está determinado por la matemática. De este modo, en el modelo se consideran tres dominios: dominio del conocimiento



matemático, dominio del conocimiento didáctico del contenido matemático y dominio de creencias y concepciones sobre la matemática y sobre su enseñanza y aprendizaje.

El dominio del conocimiento matemático se subdivide en tres subdominios: uno, el conocimiento de los temas (KoT), relativo al conocimiento del tema en cuestión (en relación con el tema escolar que se esté observando en el aula o se esté planificando, por ejemplo), otro, el conocimiento de la estructura de la matemática (KSM), referente a las conexiones entre temas (con temas más avanzados o más simples), y un tercero, el conocimiento de la práctica matemática (KPM), que atañe al modo de hacer matemáticas (qué es una definición, qué reglas siguen las demostraciones, entre otras prácticas).

El dominio del conocimiento didáctico del contenido matemático se subdivide, a su vez, en tres subdominios: el conocimiento de la enseñanza de la matemática (KMT), donde se encuentra el conocimiento de estrategias didácticas, recursos, tareas; el conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM), relativo, entre otros, a las fortalezas y dificultades de los alumnos frente al aprendizaje de determinados conceptos y procedimientos matemáticos; y el conocimiento de los estándares de aprendizaje de la matemática (KMLS), que incluye el conocimiento de las expectativas de aprendizaje en el nivel educativo que se trate, así como el nivel de desarrollo conceptual y procedimental esperado.

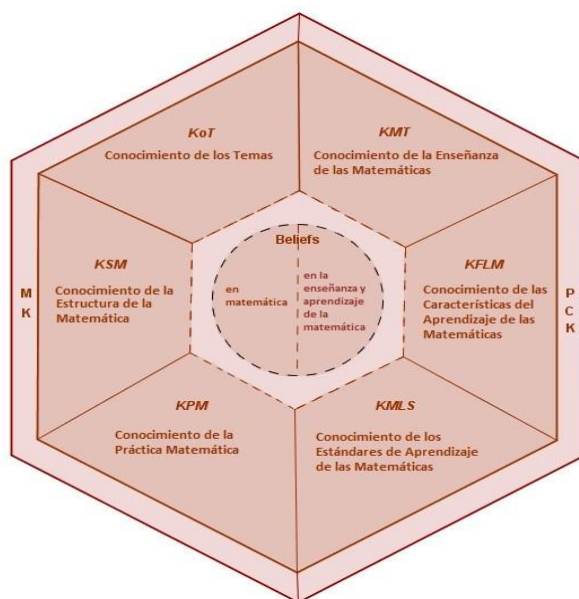


Figura 1: Modelo MTSK

### 3. Un entorno colaborativo: el PIC

En este apartado se presenta el trabajo en el grupo colaborativo PIC. En este grupo, la reflexión conjunta forma parte del entorno de desarrollo profesional de los participantes. Se mostrará un episodio en el que emergen elementos de conocimiento que se caracterizan usando el MTSK.

Las sesiones del PIC son íntegramente grabadas en audio, lo que nos permite, a través de su análisis y las notas que se toman durante las sesiones, caracterizar el conocimiento que se moviliza durante cada uno de los episodios en los que pueden dividirse las sesiones.

Para comenzar a presentar el análisis, se expone un fragmento que surge en una de las sesiones de aula que se han llevado a la práctica. Después, una vez analizado y comentado ese fragmento, se ofrecerá otra transcripción donde se debate en el grupo PIC sobre lo sucedido en el aula.

La primera transcripción se corresponde con el fragmento de la clase videograbada de la maestra que se estaba analizando en el PIC:

### Transcripción 1

*M (maestra): Anda, es verdad y ¿cómo es esa señal de tráfico? [señal de prohibido el paso] ¿cómo es? ¿qué forma tiene?*

*A (alumno): Rectángulo*

*M: Rectángulo. ¿Qué es rectángulo...? ¿De qué color está el rectángulo?*

*A: Blanco.*

*M: Blanco. Tiene un rectángulo blanco, es verdad.*

La segunda transcripción se extrae de una pequeña discusión que surgió dentro del grupo donde se debatía sobre el primer fragmento y la sesión videograbada:

### Transcripción 2

*I (investigador): Claro, porque tú le preguntas: “¿y cómo es esa señal de tráfico?” Tu intención era que te dijeran la forma.*

*M: Sí, sí.*

*I: Entonces, tú percibes esa dificultad a la hora de...*

*M: De expresar, ¿no?*

*N (investigadora): Pero dificultad, ¿qué dificultad percibes?*

*M: No sé, yo dificultad no... a lo mejor a la hora de expresar lo que los niños saben más de lo que expresan, a la hora de describir, o a la hora de... de describir, sobre todo un objeto. Puede ser, ¿no?*

*N: Entonces, tú crees que lo están identificando como tal, lo que cuesta trabajo es que lo expresen.*

*M: Sí, yo creo que sí.*

En primer lugar, se procederá a presentar un breve análisis de la primera transcripción, correspondiente a una sesión diseñada por la propia maestra, cuyo objetivo se centraba en que, a partir de un mural, sus alumnos llegaran a formular problemas matemáticos. A partir de la exploración del mural y de preguntas dirigidas, la maestra orientaba a sus alumnos hacia la formulación de problemas matemáticos. Es por este motivo que se puede evidenciar el subdominio de *Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT)* porque la maestra selecciona ese mural como herramienta apta para la formulación de problemas.

En la intervención de aula expuesta, la maestra estaba tratando de promover que sus alumnos formularan problemas que se relacionaran con la forma de los objetos que aparecían en el mural. Así, su primera intención fue que los estudiantes identificaran la forma que tenía la señal de tráfico (círculo). En este punto se pone de manifiesto un indicio del *Conocimiento de los Temas (KoT)* de la maestra, ya que es este conocimiento el que le permite preguntar por la forma que tiene la señal de tráfico.



Sin embargo, la maestra detecta una dificultad en su alumnado a la hora de identificar las figuras geométricas en el mural, lo que situaría esta dificultad en el subdominio de *Conocimiento de las Características de Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM)*. Esto puede apreciarse cuando el alumno confunde el interior de la figura con la forma que tiene la señal de tráfico. En este caso, al ser una señal de prohibido el paso, se trata de una señal circular de color rojo con un rectángulo blanco situado horizontalmente en el interior del círculo. La maestra percibe esta problemática en su alumno y, para comprobar que no se refiere al exterior, sino a la figura contenida en el interior del círculo, le pregunta sobre el color de la misma [*¿De qué color está el rectángulo?*]. Esta pregunta, además, muestra la habilidad de la maestra para hacer aflorar el conocimiento de los niños sin dirigirlos a respuestas del tipo sí/no.

Para realizar el análisis de las concepciones se ha tomado como referencia el instrumento CEAM (concepciones de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas), adaptado por Climent (2005) de Carrillo y Contreras (1995). Este instrumento aporta una serie de categorías que sirven de apoyo para el análisis de concepciones. Estas categorías se relacionan, entre otros aspectos, con los tipos de objetivos del profesor, las estrategias metodológicas empleadas (en particular, el papel de la resolución de problemas), o la finalidad del aprendizaje matemático (en particular, su carácter instrumental o de relación con la realidad). Es posible identificar que la maestra diseña la actividad con el objetivo de adquirir tanto conceptos, como procedimientos, subrayando la formulación de problemas como el procedimiento a adquirir por los alumnos ligado a conceptos como el rectángulo. En esta sesión la maestra promueve unas matemáticas relacionadas con la matemática real a través del mural expuesto, persiguiendo un objetivo práctico en el que se concede importancia a la aplicación posterior de los conceptos adquiridos en la vida cotidiana.

Posteriormente, este fragmento se analizó en el grupo PIC con la intención de poner en común el conocimiento detectado y, también, para hacer emerger conocimiento matemático a través de la reflexión conjunta. Durante la reflexión conjunta del primer análisis presentado, se le presentó a la maestra la misma transcripción expuesta en este artículo, con el objetivo de conocer sus impresiones sobre el análisis presentado y recibir las aportaciones del grupo para completar el conocimiento de la maestra.

A lo largo de esta reflexión, se le preguntó a la maestra qué había pensado en el momento y qué intención tenía en ese momento. La maestra afirmó que su intención primitiva era que le dijeran la forma del objeto y piensa que la dificultad del alumno radica en la expresión.

Ante esta afirmación, una de las componentes del grupo preguntó a la maestra sobre qué dificultad específica percibe (posiblemente, realiza esta pregunta porque es consciente de que pueden existir varias dificultades que la maestra ha percibido en su alumno, demostrando así un indicio sobre *KFLM* en esta participante, ya que ella misma podría haber percibido más de una posible dificultad en esa situación). La maestra, responde en primera instancia que no es una dificultad lo que percibe. Posteriormente, vuelve a mencionar que la dificultad puede que sea de expresión, ya que *“los niños saben más de lo que expresan, a la hora de describir, sobre todo un objeto”*.

La participante anterior insiste en su pregunta a la maestra, haciendo que esta llegue a expresar con mayor detalle la dificultad que detecta en su alumno, resultando ser que *“lo están identificando como tal, lo que cuesta trabajo es que lo expresen”*. Se llega por tanto a debatir acerca del conocimiento que posee sobre los obstáculos y las dificultades de aprendizaje de los alumnos (*KFLM*), llegándose a concluir que el obstáculo percibido por la maestra ha sido la dificultad de su alumno a la hora de expresar un determinado concepto matemático.

Asimismo, se percibe un indicio sobre Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (*KMLS*). Esto puede apreciarse al analizar la intención que tuvo la maestra en la sesión de

aula y en la reflexión compartida. Es por esto que la maestra, al ser consciente de la dificultad antes mencionada de su alumno, parece conocer que su alumnado conoce el concepto de círculo, así como también conoce que su alumnado es capaz de identificar una figura geométrica en relación con una figura u objeto propio de la vida cotidiana como puede ser, en este caso, la señal de “prohibido el paso” expuesta en el mural.

### 4. Comentario final

El desarrollo profesional docente está ligado a prácticas que requieren la implicación y la actividad constante por parte de las personas implicadas, así como una continua renovación de conocimientos con el fin de permanecer actualizados de cara a perfeccionar la práctica docente. En este caso, el desarrollo profesional se ve implementado con el trabajo en grupo a través del PIC, donde diferentes perfiles de profesionales que componen el grupo colaboran y comentan desde su propia perspectiva las diferentes actividades que se llevan a cabo durante las reuniones, viéndose así un amplio abanico de puntos de vista que favorecen el enriquecimiento personal de los integrantes del grupo y, en consecuencia, el desarrollo profesional de los mismos.

En este breve análisis, hemos tratado de mostrar cómo, a partir de un pequeño fragmento de transcripción de grabaciones, es posible detectar diferentes unidades de conocimiento especializado de matemáticas. En este sentido el modelo MTSK permite la comprensión y caracterización del conocimiento mostrado por la maestra, en este caso en un entorno colaborativo.

De esta manera, además de utilizar el MTSK como instrumento de análisis de conocimiento individualizado, se abre un nuevo campo de investigación donde MTSK se emplea en contextos de formación continua, interpretando el conocimiento que se moviliza por parte del grupo.

A lo largo de los años en que se ha ido desarrollando el grupo colaborativo PIC, la reticencia inicial por cuestionarse el conocimiento propio se ha transformado en el deseo de propiciar un aprendizaje significativo en los alumnos a través de la resolución de problemas. Para ello, los miembros del PIC se han hecho conscientes de la necesidad de un cambio como profesionales, cambio que pasa ineludiblemente por reflexionar, promover y (re)construir su conocimiento especializado. De este modo, el MTSK se ha convertido en herramienta para la reflexión, a la vez que instrumento para comprender la evolución de dicho conocimiento.

### Bibliografía

- Ball, D. L., Thames, M.H. y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Carrillo, J. (1994). Unicidad de la descomposición del cuadrado con el tangram chino. *Números*, 25, 55-59.
- Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L.C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M.C. (2018). The Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*.(Online). DOI 10.1080/14794802.2018.1479981
- Carrillo, J. & Contreras, L.C. (1993). Los algoritmos en el contexto escolar. Algunos ejemplos para la obtención de la raíz cuadrada. *Números*, 23, 39-58.
- Carrillo, J. & Contreras, L.C. (1995). Un modelo de categorías e indicadores para el análisis de las concepciones del profesor sobre la matemática y su enseñanza. *Educación Matemática*, 7(3), 79-92.



- Climent, N. (2005). *El desarrollo profesional del maestro de Primaria respecto de la enseñanza de la matemática. Un estudio de caso*, Doctoral dissertation. Michigan: Proquest Michigan University. [www.proquest.co.uk](http://www.proquest.co.uk).
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.

### José Carrillo Yáñez

Departamento de Didácticas Integradas. Universidad de Huelva

Nacido en Huelva el 5 de febrero de 1959

Licenciado en Matemáticas y Doctor en Filosofía y Ciencias de la Educación

Algunas publicaciones de 2018:

- Carrillo, J., & Climent, N. (2018). Reflection and professional development: a primary teacher's story. En P. Posch, F. Rauch, & S. Zehetmeier (Eds.), *Das Lernen von Lehrerinnen und Lehrern, Organisationen und Systemen* (pp. 107-118). Münster, Alemania: Waxmann.
- Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L.C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M.C. (2018). The Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*. ISSN: 1754-0178 (Online). DOI 10.1080/14794802.2018.1479981
- García-Amadeo, G., Muñoz-Catalán, M.C., & Carrillo, J. (2018). El papel del folding back en la comprensión del concepto de área. Un estudio de caso. *Enseñanza de las Ciencias*, 36(3), 79-98. ISSN: 0212-4521 <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2395>
- Hospesová, A., Carrillo, J., & Santos, L. (2018). Mathematics Teacher Education and Professional Development. En T. Dreyfus, M. Artigue, D. Potari, S. Prediger, & K. Ruthven (Eds.), *Developing research in mathematics education - twenty years of communication, cooperation and collaboration in Europe* (pp. 181-195). Oxon, UK: Routledge - New Perspectives on Research in Mathematics Education series, Vol. 1.
- Muñoz-Catalán, M.C., & Carrillo, J. (2018). *Didáctica de las matemáticas para maestros de Educación Infantil*. Madrid: Paraninfo.
- Zakaryan, D., Estrella, S., Espinoza-Vásquez, G., Morales, S., Olfos, R., Flores-Medrano, E., & Carrillo, J. (2018). Relaciones entre el conocimiento de la enseñanza y el conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas: caso de una profesora de secundaria. *Enseñanza de las Ciencias*, 36(2), 105-123. ISSN: 0212-4521. DOI: <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2260>
- Email: [carrillo@uhu.es](mailto:carrillo@uhu.es)

### Juan Pedro Martín Díaz

Departamento de Didácticas Integradas. Universidad de Huelva

Nacido en Huelva el 8 de mayo de 1992

Graduado en Educación Primaria. Máster en Investigación en la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias experimentales, sociales y matemáticas.

- Oliveros, I., Pascual, M. I., Codes, M., & Martín, J. P. (2018). El conocimiento de la práctica matemática compartido por estudiantes para maestro a través del análisis de videos. En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñoz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García-García, & A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 407- 416). Gijón: SEIEM.

Email: [martindiazjp@gmail.com](mailto:martindiazjp@gmail.com)