LAS MAQUINAS DE CALCULAR

Mª Dolores Hernández Hernández

Juan Sánchez Ballesteros

PRIMEROS PASOS

Es posible que ya en el año 1588, *Jost Bürgi*, relojero de la Corte de Guillermo IV de Hessen, trabajase en el cálculo de logaritmos, pero sólo tenemos noticia de ello en 1620, con la publicación de su "*Progress-Talula*". Para esta fecha, el matemático escocés *John Nepper* había publicado ya, en 1614 y 1619, los resultados de sus trabajos, iniciados a finales del siglo XVI. Estos dos "científicos" fueron, sin duda, los precursores del gran avance que supusieron después las máquinas de calcular. Creemos que el mérito debe ser compartido, ya que ambos investigadores llegaron a las mismas tesis, aunque por distintos métodos de desarrollo.

Bürgi intentaba establecer una "tabla general" que resolviera las dificultades, los cálculos demasiado molestos y complicados, al multiplicar, dividir y extraer raices. Para ello, partió de la relación entre una progresión aritmética y otra geométrica, y, conocedor de los trabajos de *Michael Stifel* (1544) sobre las propiedades especiales de dos progresiones paralelas de tal tipo, se esforzó en aumentar la frecuencia de los términos, ya que la geométrica de *Stifel* era de relativo valor por no contener términos intermedios. Con este fin, dio al cociente un valor próximo a la unidad. Las progresiones elegidas fueron :

0 , 10 , 20 , , 70 , ...

1.00000000 , 1.0001000 , 1.00020001 , ... , 1.00070021 , ...

en la que la diferencia de la aritmética es 10 y el cociente de la geométrica es 1.0001.

En estas tablas, los términos de la progresión aritmética van en rojo y los de geométrica en negro.

Veamos con un ejemplo la manera de operar. Calculemos el valor de 1.00070021 x 1.017003549 :

1º) A estos valores en cifras negras corresponden los números 70 y 1690 en rojo. Su suma es 1760.

2º) El valor negro correspondiente a 1760 es el producto buscado.

Si en lugar de 0 , 10 , 20 ,...., tomáramos 0.00010 , 0.00020 , 0.00030 , ... , se tendría una progresión muy seguida y, entonces, ambas progresiones corresponderían a un sistema logarítmico de base $(1+\frac{1}{10^4})^{10^4}$ Obsérvese la proximidad de esta base a la de los logaritmos neperianos ($e = 2.71828182845....$).

Nepper tuvo un punto de partida diferente. Tratando de facilitar los cálculos trigonométricos, mediante estudios complejos de procesos (un movimiento aritmético y uno geométrico), llegó a la deducción de la función logarítmica.

Pero, lo curioso es que tanto *Bürgi* como *Nepper* desconocían la definición de logaritmo como exponente de una base determinada. A tal definición se llegó, a través de una serie de estudios y experiencias, en el siglo XVIII.

En 1615, *Henry Briggs* introdujo los logaritmos decádicos, lo que condujo a pensar en la amplia gama de posibilidades que ofrecían.

En 1620, *Edmund Gunter* presentó una escala logarítmica que permitía realizar fácilmente multiplicaciones y divisiones con ayuda de un compás.

Doce años después, *W. Unghtred* diseñó un sistema de dos escalas que se desplazaban una sobre otra, que facilitaba enormemente la realización de las operaciones elementales.

A finales del XVII, *Seth Partridge* introdujo la "regla de cálculo en su forma actual. A partir de este momento, logaritmos y regla de cálculo se convierten en instrumentos imprescindibles para los científicos.

La iniciación de la era tecnológica repercutió de forma notable en el desarrollo de instrumentos científicos. En cuanto a máquinas de calcular, cabe señalar :

En 1623, la de *Wilhelm Schickard*, en la que era posible efectuar multiplicaciones combinando una tabla de multiplicar móvil y un mecanismo de adiciones. En 1624, *Blaise Pascal* construyó una máquina de sumar y restar. En 1673, apareció la máquina de cilindros de *Leibniz*, que permitía realizar las cuatro operaciones básicas. Aproximadamente por la misma época, *Samuel Morland* creó un ingenio en el que se combinaban las varitas multiplicadoras de *Nepper* y la escala guteriana(logarítmica), que tuvo poca difusión.

Durante años, se utilizan por separado la máquina calculadora, trabajando digitalmente, y la regla de cálculo como instrumento analógico, trabajando con magnitudes variables.

Esto empezó a cambiar a partir de 1832 en que *Charles Babbage* estableció que "en los digitales no se aplican logaritmos, sino al contrario, las calculadoras se utilizan para calcularlos", y desarrolló una serie de estudios que conducían a demostrar su hipótesis. Podemos considerar a *Babbage* como el pionero de las calculadoras que existieron hasta 1970. Con sus ideas destacó claramente la importancia de los logaritmos como operación fundamental de cálculo. Al respecto dice *Novalis:* Lo que los logaritmos son para las Matemáticas, son las Matemáticas para otras ciencias.

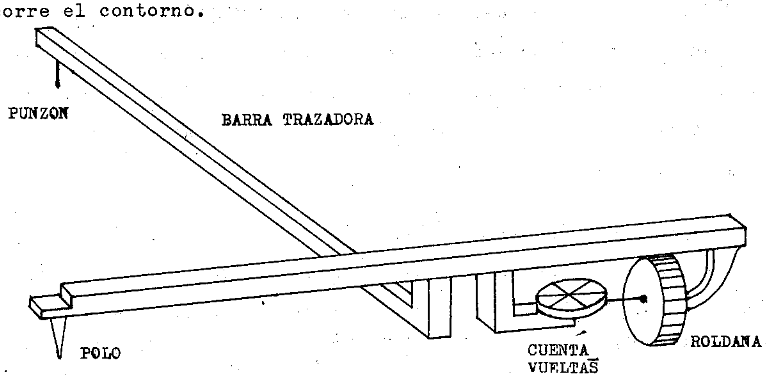
LAS MAQUINAS DE CALCULO ANALOGICAS

Las calculadoras son fundamentalmente de dos tipos: analógicas y digitales o numéricas. Las primeras se basan en la comparación de la magnitud física que se estudia con magnitudes de tipo mecánico o eléctri co y que varían siguiendo leyes iguales o proporcionales a la primera. - Como ejemplo de calculadoras analógicas rudimentarias basadas en magnitudes mecánicas,nos referiremos brevemente a las dos más usadas : la regla de cálculo y el planímetro.

La regla de cálculo establece una analogía entre las magnitudes a operar y longitudes que se toman proporcionales a los logaritmos - de dichas magnitudes. La suma de longitudes corresponde,por tanto,al logaritmo del producto,y la diferencia de longitudes al cociente,conservándose en ambos casos el factor de proporcionalidad. En resumen,sumando - longitudes,calcularemos productos;restándolas,obtendremos cocientes. El- esquema básico es :

$$\left.\begin{aligned} L_1 &= k\ \lg A \\ L_2 &= k\ \lg B \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{aligned} L_1 + L_2 &= k(\lg A + \lg B) = k\ \lg(A.B) \\ L_1 - L_2 &= k(\lg A - \lg B) = k\ \lg(A/B) \end{aligned}\right.$$

El planímetro,muy utilizado en la escuela inglesa,se usa principalmente para el cálculo de áreas planas limitadas por contornos cerrados,por lo que puede decirse que resuelve problemas de cálculo integral. Consta de dos brazos metálicos con una articulación común. Uno de los - brazos,llamado polar,tiene un extremo que se fija,el polo,y alrededor - del mismo gira todo el aparato. La otra varilla,el brazo trazador,tiene un punzón en su extremo,que recorre el contorno de la superficie. Incorporada a los brazos va la roldana o rueda integradora,que gira sobre el- papel al moverse el punzón,y tiene adosado un cuentavueltas de precisión para registrar el número de vueltas que da la roldana cuando el punzón - recorre el contorno.



Se demuestra que el área de la superficie a medir viene dada - por la ecuación

$A = \pi r d n$, siendo :

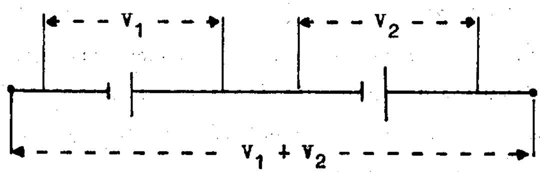
r ,el radio de la roldana ,

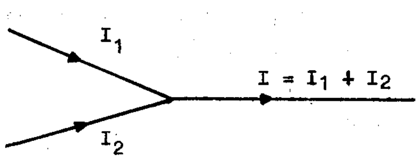
d ,la distancia del punzón a la articulación común y

n ,elnúmero de vueltas de la roldana.

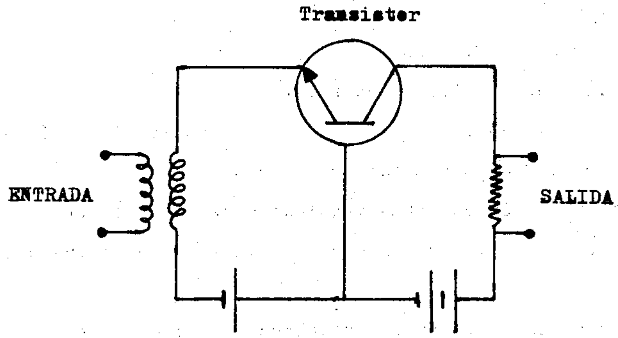
La precisión de ambas máquinas depende de la precisión en la - medida de longitudes y ángulos,que son las magnitudes analógicas emplea das.

Cuando la analogía se establece con magnitudes de tipo eléctri co,el resultado de las operaciones se obtiene también de forma sencilla Generalmente se utilizan voltajes e intensidades de corriente. Las figu ras que siguen muestran,respectivamente,un circuito sumador de tensio - nes y otro de intensidades . Se obtendría la diferencia de voltajes cam biando la polaridad de uno de los bornes ; la de intensidades,invirtien do el sentido de I_1 o I_2.

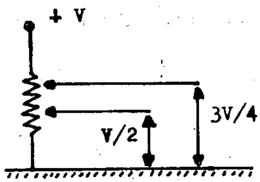


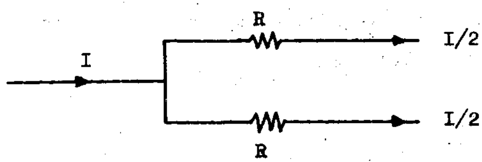


Para multiplicar por una constante k introduciríamos las tensiones o intensidades en un circuito amplificador de factor k :



La división por una constante la obtendremos mediante un potenciómetro, si se trata de voltajes, y por medio de redes en paralelo, en el caso de intensidades. Con circuitos más elaborados, basados en estos mismos fundamentos, se pueden realizar operaciones más complicadas.





El problema fundamental de las máquinas analógicas estriba en su precisión, supeditada siempre a la que se alcance en la medida de las magnitudes análogas. La banda de precisión oscila entre el 1% y el 0.01%, inalcanzable éste por cualquier máquina de este tipo. Como contrapartida, ofrecen una velocidad estimable de cálculo y un manejo muy simple, que las hacen aconsejables, por ejemplo, para problemas de tiro antiaéreo y otros, si bien su empleo ha quedado muy restringido con el despegue y difusión de las calculadoras digitales.

CALCULADORAS DIGITALES

A diferencia de las calculadoras analógicas, que trabajan con valores continuos, las digitales lo hacen con valores discretos; de ahí que se les llame también numéricas.

Presentan, sobre aquellas, la ventaja de una mayor precisión. Ade más,pueden realizar las cuatro operaciones básicas,junto con tres de tipo lógico que,combinadas,resuelven potencialmente cualquier problema,ya que todas las operaciones de tipo matemático conducen a las fundamentales; por ejemplo,las funciones trigonométricas pueden resolverse por medio de series convergentes.

Se componen de cuatro unidades : control,entrada y salida de datos,memoria y cálculo. La unidad de mando coordina el funcionamiento de las demás y organiza el flujo de datos en el interior de la máquina; a la vez,optimiza el funcionamiento del complejo,en lo que a tiempo se refiere,proporcionando nuevos datos a las unidades de cálculo y memoria si fuere necesario,mientras la unidad de salida,más lenta,proporciona resultados anteriores. Una serie de diodos y transistores conforman la unidad de cálculo. A ella llegan los datos de entrada,a través de la unidad de memoria,recibiendo las órdenes de la unidad de control.

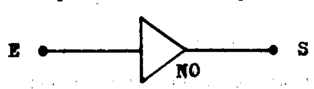
Puesto que el sistema es eléctrico,la máquina codifica los números iniciales y los traduce al sistema binario,de tal forma que la presencia de un impulso eléctrico,voltaje o intensidad,equivale a un 1; su ausencia,a un 0.

El problema de operaciones dentro de la unidad de cálculo lo resolvió el matemático inglés *George Boole* (1815-1864),que ideó un sistema lógico compuesto de tres funciones básicas que,al combinarlas,resuelven cualquier operación sencilla : las funciones NO , O e Y.

La función "NO" o conmutadora cambia el valor del dígito según la siguiente tabla :

E	S
1	0
0	1

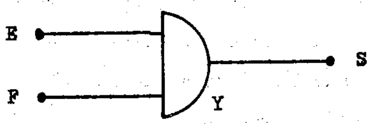
En la figura que sigue se indica el símbolo de esta función.- Se consigue mediante un circuito eléctrico con un transistor,al producir un potencial cero a partir de un impulso inicial,o al contrario.



La función "Y" posee dos entradas y una salida. En salida apa rece el 0 cuando las entradas son diferentes o iguales a cero; el 1, si ambas son uno. Su tabla de funcionamiento es la siguiente :

E	F	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Esta función se puede obtener mediante un circuito eléctrico con dos diodos; en él, los dos potenciales de entrada, E y F, pueden ser 0 ó positivos, lo que, respectivamente, equivale a 0 y 1.

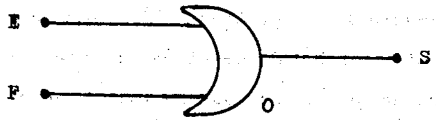


Si una de las entradas presenta el potencial (0,1) o (1,0), - el diodo correspondiente conducirá la corriente, no existiendo diferen - cia de potencial entre sus bornes y, entonces, la salida S estará también a potencial cero. Lo mismo ocurriría, evidentemente, si son las dos en - tradas las que están a potencial cero, (0,0), puesto que en esas circuns- cias, conducen ambos diodos. Por último, si las dos están a potencial (1,1) ninguno de los diodos conducirá, lo que hace que se comporten como resis tencias infinitas, estando en la salida el potencial 1.

La función "O" tiene también dos entradas y una salida. Pro - porciona un 1 si en una de las dos entradas, o en las dos, hay un 1. Si - en ambas hay ceros, da 0 de salida. He aquí la tabla de funcionamiento :

E	F	S
0	1	1
1	0	1
1	1	1
0	0	0

Esta función "O" se consigue, como muestra la figura adjunta, mediante un circuito análogo al de la "Y", al que se le aplica un circuito "NO" en la salida.



Otra parte fundamental de las calculadoras digitales es la unidad de memoria. Esta unidad recoge y almacena los datos proporcionados por la unidad de entrada, los suministrados a la unidad de cálculo y los resultados que elabora ésta para pasarlos a la de salida; y, siempre, bajo las órdenes de la unidad de control.

Aunque se han utilizado diversos métodos de memoria, el más empleado por los grandes ordenadores es el núcleo magnético de ferrita, formado por cerámicas ferromagnéticas que tienen la propiedad de que, bajo la acción del campo magnético creado por una corriente, se imanan y mantienen su imanación indefinidamente. Estas memorias se llaman de "coincidencia de corriente", porque el registro de un dato se efectúa sólo cuando a lo largo de dos determinados conductores se hallan presentes, simultáneamente, impulsos de corriente de un valor determinado.

Para la lectura de la memoria, se envía un impulso negativo a todos los núcleos. Los que tengan imanación negativa no serán afectados. Los que la tengan positiva, cambian, y esta eventual inversión induce un impulso de corriente en un conductor de lectura. Analizando estos impulsos, se puede saber cómo estaban los correspondientes núcleos. Naturalmente, existe un sistema que actúa con un pequeño retardo y que inmediatamente vuelve a poner los núcleos que han invertido tal como estaban antes de la lectura.

Los núcleos de ferrita son muy estables, tienen muy poco consumo y resultan muy económicos.

Cada núcleo puede tener dos tipos de imantación : positiva y negativa, lo que es asimilable a 1 ó 2.

Las dimensiones de los núcleos son muy reducidas. Una matriz de 64x64 núcleos, capaz de registrar 4096 dígitos binarios, no alcanza los

3o cm de lado,con un espesor de 2 a 3 cm.

Generalmente,los registros de la máquina contienen números formados por una cantidad reducida de cifras,limitando la exactitud de los resultados al caso de que no excedan la capacidad en cuanto a número de cifras del registro. Caso de excederse esta cifra,la máquina redondea resultados con una aproximación similar a la manual y con un error mínimo.