SECCION DE PROBLEMAS

Presentamos la resolución, enviada por EMILIO QUÍLEZ ROYO, de los problemas propuestos por JUAN BOSCÓ ROMERO MÁRQUEZ en NUMEROS.11:

3

$$N = \underline{a_1}\,\underline{a_2}\cdots\underline{a_{2n}}\;\underline{a}\;\underline{a_1}\,\underline{a_2}\cdots\underline{a_{2n}} =$$

$$= a\cdot 10^{2n} + a_1\left(10^{2n+1}+1\right)10^{2n-1} +$$

$$+ a_2\left(10^{2n+1}+1\right)10^{2n-2} +$$

$$+ \cdots$$

$$+ a_{2n-1}\left(10^{2n+1}+1\right)10 +$$

$$+ a_{2n}\left(10^{2n+1}+1\right) =$$

$$= a\cdot 10^{2n} + \left(a_1+a_2+\cdots+a_{2n}\right)\left(10^{2n+1}+1\right)\left(1+10+10^2+\cdots+10^{2n-1}\right) =$$

$$= a\cdot 10^{2n} + \dot{11}$$

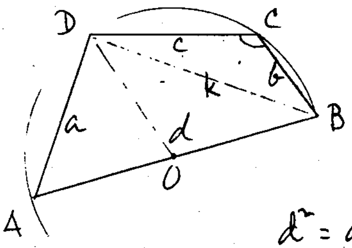
porque $10^{2n+1}+1 = 1\underbrace{00\ldots\ldots 00}_{2n \text{ ceros}}1 = \dot{11}$

y ahora: $N - a = a\cdot 10^{2n} + \dot{11} - a =$

$$= a\left(10^{2n}-1\right) + \dot{11} = \dot{11}$$

porque $10^{2n}-1 = \underbrace{999\ldots99}_{2n \text{ nueves}} = \dot{11}$

Luego $N \equiv a$ mód. 11 (c.q.d.)



(4)

$d^2 = a^2 + k^2$ (Pitágoras)

pero $k^2 = c^2 + b^2 - 2bc\cos\hat{C}$

pero $\hat{C} = \dfrac{180 + \widehat{DOA}}{2}$ (inscrito)

$\cos\hat{C} = \cos\left(90 + \widehat{DBA}\right) = -\sin\widehat{DBA} = -\dfrac{a}{d}$

Luego: $d^2 = a^2 + c^2 + b^2 + 2bc\cdot\dfrac{a}{d}$

Y de ahí: $d^3 = d\left(a^2 + b^2 + c^2\right) + 2abc$ (c.q.d.)

(5)

Todo trío de impares consecutivos: $\left\{\begin{array}{l} 2n+1 \\ 2n+3 \\ 2n+5 \end{array}\right.$ con $n = \left\{\begin{array}{l} 3k \\ \text{ó } 3k+1 \\ \text{ó } 3k+2 \end{array}\right.$ con $k \in \mathbb{N}$

Si $n = 3k$	Si $n = 3k+1$	Si $n = 3k+2$
trío: $6k+1$	trío: $\boxed{6k+3} = \dot{3}$	trío: $6k+5$
$\boxed{6k+3} = \dot{3}$	$6k+5$	$6k+7$
$6k+5$	$6k+7$	$\boxed{6k+9} = \dot{3}$

$N = \underline{a}\,\underline{b}\,\underline{c}$ con $a > c$ (6)

(si $a < c$, el "permutado" será mayor, pero el proceso es similar...)

$\boxed{\text{Resta}}$:

$$\begin{array}{rcl} a & b & c \\ -\;c & b & a \\ \hline a-(c+1) & 9 & (10+c)-a \end{array} \rightarrow 100(a-c-1)+90+(10+c-a)$$

"permutándolo":

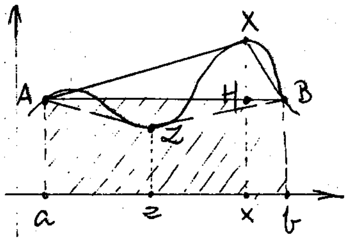
$$\begin{array}{rcl} 10+c-a & 9 & a-c-1 \end{array} \rightarrow 100(10+c-a)+90+(a-c-1)$$

$\boxed{\text{Suma}}$: $-100+1000+90+90+10-1 =$

$= \boxed{1.089}$ que es independiente de a, b y c.

---

(7)



Al rectángulo rayado hay que añadirle un triángulo AXB cuya área sea máxima.

La base AB es constante.

XH será máxima para $\boxed{f(x)}$ máx.

El área será mínima para $\boxed{f(z) \text{ mínimo}}$ pues el triángulo AZB será máximo...

E. [illegible]
17 julio 85

I.B. "A. Iturriaga"
HERNANI (Guipúzcoa)