NUMEROS, 20 - 1990
S.C.P.M. "ISAAC NEWTON

METODO ARITMETICO-GEOMETRICO PARA LA RESOLUCION DE PROBLEMAS

JUAN CONTRERAS GUERRERO
C.P. GUILLERMINA BRITO
TELDE

INTRODUCCIÓN.

Hay algunos tipos de problemas que calificamos de "no planteables" en ciertos niveles de E.G.B. por no poseer los alumnos la técnica de las ecuaciones. Estas se suelen explicar a partir del segundo trimestre en séptimo nivel, siendo reforzadas y ampliadas con las de segundo grado y las bicuadradas en octavo nivel.

Problemas con una gran riqueza de razonamiento pueden entenderse muy bien en quinto y sexto nivel. Con ellos el alumno adquiere una nueva estrategia para salir airoso de una situación problemática, sin hacer uso de las ecuaciones.

La primera vez que enfrento a los alumnos con estos problemas, uso tiras de papel para que entiendan y manipulen la estrategia empleada en la resolución del problema. Posteriormente, y en la representación gráfica del problema usamos los segmentos.

La denominación del método empleado, aritmético-geométrico, se explica por ser una mixtura del método aritmético para la resolución de problemas, con los segmentos y bandas geométricas. La noción de segmento la adquiere el alumno en el ciclo medio.

A continuación paso a exponer algunos problemas que resuelvo con alumnos de sexto y séptimo nivel sin el empleo de las ecuaciones.

PROBLEMA 1.- *Juan y Pedro tienen juntos 2.500 ptas. Juan tiene 700 ptas. más que Pedro. Averigua cuánto dinero tiene cada uno.*

La primera dificultad cuando el alumno se encuentra con este tipo de problemas por primera vez es una interpretación errónea del enunciado, debido a una lectura incorrecta. Generalmente, los alumnos interpretan que Juan tiene 700 ptas. y como tantos tienen 2.500 ptas., deducen que Pedro tiene 1.800 ptas. Les hago ver que la solución es incorrecta, obligándoles a leer nuevamente el enunciado del problema, y preguntándoles que según los datos del problema quién tiene más dinero. Se dan cuenta que Juan tiene 700 pts más que Pedro.

Para explicar el problema hago que cada alumno recorte dos tiras de papel, una más larga que la otra, que vienen a representar el dinero que tiene cada uno. La tira que corresponde a Juan es más larga porque tiene más dinero que Pedro. En cada tira escribimos el nombre de los protagonistas del problema. A continuación las colocamos sobre la mesa de modo que coincida uno de sus extremos. Cortamos otra tira que represente lo que tienen Juan y Pedro juntos, es decir, las 2.500 ptas. La situación problemática queda como sigue:

Juan	
Pedro	700

Juan	Pedro
2.500 ptas.	

La estrategia a seguir es la siguiente: añadir a la tira del total (la de 2.500 ptas.) la tira de las 700 ptas. ¿Qué sucede? Los alumnos ven claramente que se obtienen dos tiras como la de Juan. Podemos entonces concluir que añadiendo 700 ptas. a las 2.500 ptas. se obtiene el doble de lo que tiene Juan.

2.500 ptas	700 ptas
Juan	Juan

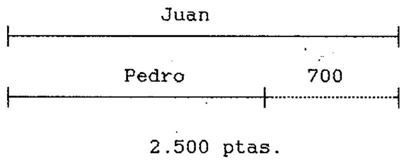
Ya se puede entender que 2.500 ptas. + 700 ptas. = 3.200 ptas. es el doble de lo que tiene Juan. Por tanto, Juan tendrá la mitad de 3.200 ptas., es decir, 1.600 ptas.

¿Cómo obtendremos la parte que corresponde a Pedro?. Quitando a la tira de Juan la tira de las 700 ptas., es decir, 1.600 ptas. – 700 ptas. = 900 ptas.

Obsérvese cómo estamos reforzando nociones importantes de geometría plana, como la suma y diferencia de segmentos representados por tiras de papel.

Una vez comprendido el problema, así como la estrategia empleada para salir de la situación planteada, pasamos a la libreta donde el alumno representa la misma situación empleando segmentos para indicar las distintas cantidades de las tiras de papel. Empleamos el siguiente sistema:

<u>Datos del problema:</u>



Con trazos discontinuos representamos la diferencia entre ambos segmentos.

<u>Desarrollo del problema:</u>

1.– Doble de lo que tiene Juan:

2.500 ptas. + 700 ptas. = 3.200 ptas.

2.– Juan tiene:

3.200 ptas. : 2 = 1.600 ptas.

3.– Pedro tiene:

1.600 ptas. – 700 ptas. = 900 ptas.

Hay alumnos que descubren una segunda manera de resolver este problema. En lugar de sumar 700 ptas. al total para obtener el doble de lo que tiene Juan, proponen restar 700 ptas. al total para obtener el doble de lo que tiene Pedro. Evidentemente, la solución que se obtiene es la misma.

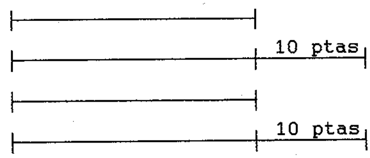
A partir de ahora expondré los problemas usando segmentos para que el desarrollo no sea excesivamente largo.

PROBLEMA 2.– *Se reparten 200 ptas. entre tres personas de modo que la segunda recibe 10 ptas. más que la primera, y la tercera tanto como las otras dos juntas. ¿Cuánto recibe cada una?*

Datos: Primera persona

Segunda persona

Tercera persona



Total .... 200 ptas.

Desarrollo: Es evidente que quitando 20 ptas. al total, se obtiene el cuádruplo de lo que recibe la primera persona.

1.- Cuádruplo de la cantidad que corresponde a la primera persona:

200 ptas. - 20 ptas. = 180 ptas.

2.- Cantidad que corresponde a la primera persona:

180 ptas. : 4 = 45 ptas.

3.- Cantidad que corresponde a la segunda persona:

45 ptas. + 10 ptas. = 55 ptas.

4.- Cantidad que corresponde a la tercera persona:

45 ptas. + 55 ptas. = 100 ptas.

Una segunda estrategia es sumar 20 ptas. al total para obtener el cuádruplo de la cantidad que corresponde a la segunda persona.

Antes de hacer este desarrollo en la libreta es importante trabajar con las tiras de papel, para que el alumno vivencie la situación problemática y entienda perfectamente la estrategia seguida.

PROBLEMA 3.- *La suma de cuatro números impares consecutivos es 512. ¿Cuáles son esos cuatro números?*

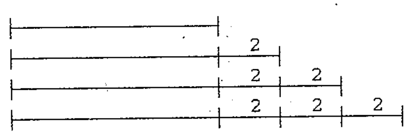
Antes de empezar con este problema hay que recordar que los números impares consecutivos van de dos en dos.

Datos: Primer número

Segundo número

Tercer número

Cuarto número



Desarrollo: Se ve claramente que quitando 12 al total, se obtiene cuatro veces el valor del primer número.

1.- Cuádruplo del primer número: 512 - 12 = 500

2.- Primer número: 500 : 4 = 125

3.- Segundo número: 125 + 2 = 127

4.- Tercer número: 127 + 2 = 129

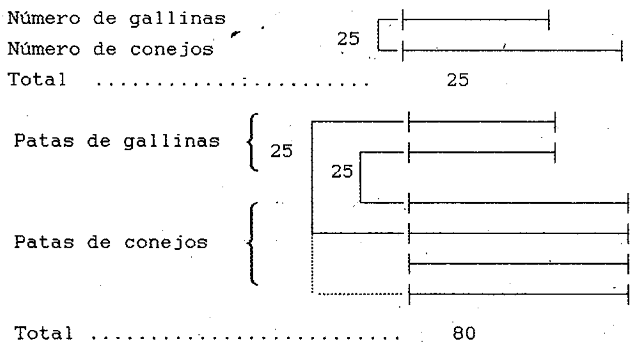
5.- Cuarto número: 129 + 2 = 131

El otro camino es sumar 12 al total para obtener el cuádruplo del número mayor.

PROBLEMA 4.- *En un corral hay 25 cabezas entre gallinas y conejos. En total contamos 80 patas. ¿Cuántas gallinas y cuántos conejos hay?*

Este es un problema que en la mayoría de los libros de texto viene clasificado dentro del grupo de los problemas para resolver con un sistema de ecuaciones.

<u>Datos:</u>



<u>Desarrollo:</u> Aquí el proceso es un poco más complicado. Consiste en quitar al número total de patas el doble del número de cabezas obteniendo así el doble del número de conejos.

1.- Doble del número de conejos: 80 - 50 = 30

2.- Número de conejos: 30 : 2 = 15

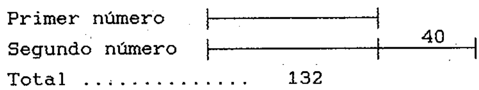
3.- Número de gallinas: 25 - 15 = 10

Los alumnos entienden muy bien la estrategia de este problema cuando trabajamos con las tiras de papel. Con esta metodología tan simple he obtenido resultados muy positivos.

A continuación expongo otro problema para resolver con este método que puede aplicarse a cualquier otro modelo de problema.

PROBLEMA 5.- *La suma de dos números es* 132 *y su diferencia es* 40 *¿De qué números se trata?*

Datos:



Desarrollo: Es evidente que restando 40 al total se obtiene el doble del número menor. Por tanto:

1.- Doble del número menor: $132 - 40 = 92$

2.- El número menor es: $92 : 2 = 46$

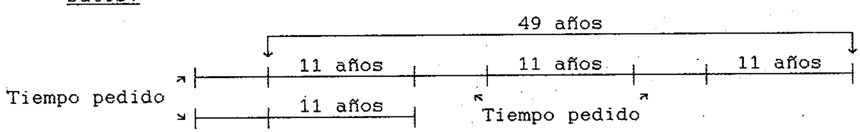
3.- El número mayor es: $46 + 40 = 86$

Es claro que sumando 40 al total, se obtiene el doble del número mayor.

A continuación explico un problema "de edades" por este método. Este tipo de problemas prefiero dejarlo para el segundo trimestre de séptimo, para hacerlo mediante una ecuación, pues aquí es más rentable el método algebraico.

PROBLEMA 6.- *Un padre tiene* 49 *años y su hijo* 11 *años. ¿Dentro de cuánto tiempo la edad del padre será triple de la del hijo?*

Datos:



Desarrollo: Del dibujo se deduce que si de 49 se resta el triplo de la edad del hijo, resulta el doble de los años pedidos.

1.- Doble de los años pedidos: $49 - 33 = 16$

2.- Años pedidos: $16 : 2 = 8$ años