

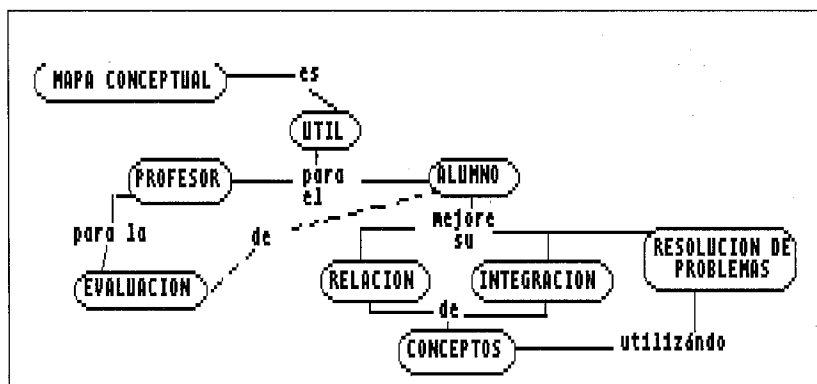
## MAPAS CONCEPTUALES EN MATEMÁTICAS

*José María del Castillo-Olivares Barberán.*

### MAPAS CONCEPTUALES Y FUNCIONES.

Los mapas conceptuales se han venido utilizando en diversas disciplinas como un recurso válido para **integrar** y **relacionar** conceptos en el alumno. Y para el profesor, como un medio de **evaluar** dichas relaciones. Todo ello a través de un **proceso** de grupalidad y debate que enriquece la enseñanza. (Figura 1) ¿Porqué no se utilizan en Matemáticas?

Lo que sigue es una invitación que puede ser divertida. Nos centraremos en un nivel de tercero y cuarto de E.S.O. entorno al concepto de función. Primero situaremos los objetivos y contenidos a desarrollar en el bloque temático, así como la estrategia didáctica general, dentro de la cual el mapa conceptual juega un papel fundamental.



### Objetivos más relevantes.

- Potenciar la **relación** entre **conceptos** matemáticos como conjunto, aplicación, función, dominio, recorrido, dependencia, variabilidad, crecimiento, límites, continuidad, etc...
- Potenciar el conocimiento matemático como un ámbito susceptible de **discusión y debate**.
- Potenciar el **trabajo en equipo** y negociación de tomas de decisiones.

### Contenidos relativos a hechos conceptos y principios.

#### Información sobre fenómenos causales.

- **Dependencia funcional**: formas de expresar la dependencia, descripción verbal, tablas, gráficas, fórmulas.
  - **Características globales**; continuidad, crecimiento, extremos, tendencia.
  - **Características locales**; variabilidad, tasa de variación media.
  - **Funciones elementales**, lineales, parabólicas, escalonadas.
- (Añadiríamos en Matemáticas I el tratamiento intuitivo y gráfico de ramas infinitas, continuidad, derivabilidad; la interpretación de propiedades haciendo uso del análisis; y funciones exponenciales trigonométricas y logarítmicas.)

### Contenidos relativos a procedimientos.

#### Utilización de distintos lenguajes

- Utilización e interpretación del **lenguaje gráfico** teniendo en cuenta la situación que representa y utilizando el vocabulario y símbolos adecuados.
- Utilización e **interpretación de mapas conceptuales para describir la relación entre conceptos**; función, aplicación, conjuntos, dominio, recorrido, dependencia funcional, variabilidad, límite de función en un punto, continuidad intervalo, monotonías, etc...
- Utilización de **expresiones algebraicas** para describir gráficas.

### Algoritmos y destrezas.

- Detección de errores en las propias relaciones entre conceptos.
- Creación de relaciones cruzadas entre conceptos.

### **Actitudes**

- Valorar las **propias aportaciones y sugerencias** personales en la elaboración de los mapas.
- Valorar el **debate y trabajo grupal** como la manera más eficaz para realizar determinadas tareas.
- Reconocimiento y valoración de las relaciones entre el lenguaje gráfico y otros conceptos y lenguajes matemáticos.
- **Curiosidad por investigar relaciones entre conceptos.**

### **Estrategia didáctica general.**

**Ideas previas:** algunas preguntas **directas** como ¿qué es una magnitud?, ¿qué es un conjunto?, ¿cuántos valores tiene una magnitud?, ¿cómo varía una magnitud?, ¿que es una variable?, ¿de qué depende la magnitud?, etc... puede darnos una idea de los conceptos que los alumnos manejan de variable, función, etc..

- **Exposición magistral:** sobre variable discreta, continua, función, dependencia, dominio, imagen, variable dependiente, independiente, etc..

- **Problemas ejemplo:** donde trabajaremos la lectura y representación de funciones, en forma de tabla, gráfica, expresión analítica y verbal...

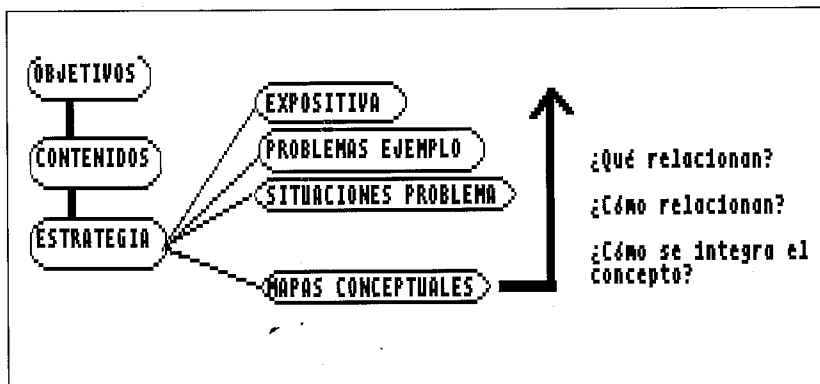
- **Distribución de tareas y situación descubrimiento:** les presentaremos diversos ejercicios-problema, con variables discretas y continuas, funciones lineales, escalonadas, proporción inversa y directa, etc. Esto es, las baterías normales de ejercicios.

... y ... ¡Claro que es aquí donde se da el problema!, ¿qué problema?... mi problema.

### **Resolver problemas requiere relacionar conceptos.**

Si representamos gráficas y de un ejercicio de variable continua pasamos a uno de variable discreta, ¿ploff, pregunta... ¿Qué pongo en los ejes?... Al construir una tabla, ploff. ¿Qué valor hay que darle?.. Si se

cambia la expresión analítica, plofff. ¿Cómo le doy valores?...Si trabajamos dominios en expresiones racionales y pasamos a trabajar dominios en escalonadas... plofff. ¿Hay que encontrar un denominador para el cero?... y sé que vendrán más ploffs en el crecimiento, en la continuidad, en los extremos...



Observo que en la mayoría de los alumnos tiene mayor peso la **ejemplificación**. El caso específico trata de generalizarse para resolver otros problemas. Convierten el ejemplo en **procedimiento**.

En vez de utilizar los nuevos conceptos en la nueva situación. Y esto es lógico, pues el uso de un concepto implica su existencia en el **esquema cognitivo** del alumno, y esto es un proceso, nada simple. Por ejemplo, si hemos estado trabajando funciones racionales, para observar el dominio estudiamos cuándo el denominador se anula y el procedimiento es resolver una ecuación. Si pasamos a funciones definidas a trozos, podemos observar como el alumno busca dónde hay que igualar a cero para resolver la ecuación. El ejemplo-conocido produce una transferencia negativa y prepondera el procedimiento-ecuación, en vez de usar el concepto dominio en relación con los conceptos de variable, imagen y función para generar un nuevo procedimiento-lectura.

Efectivamente, de cada **problema-tipo** los alumnos generan un **procedimiento-tipo** para encontrar «la solución». He aquí la necesidad de **relacionar e integrar** conceptos. Y aquí es dónde los mapas conceptuales juegan un papel fundamental.

## EL MAPA CONCEPTUAL... ¿QUÉ ES?

Se trata de un gráfico de conceptos unidos mediante valores de verdad. Veamos los elementos que configuran los mapas, pues no se trata de esquemas ni de croquis. Sus elementos básicos son:

- Los **conceptos o palabras clave**. Como regularidades en los acontecimientos o en los objetos que se designan mediante un término. (Función, valor, variable, magnitud, gráfica, dominio, etc.)

- Las **proposiciones**. Es la unidad semántica más pequeña que tiene valor de verdad. Consta de conceptos y de palabras-enlace.

- Las **palabras-enlace**. Palabras que unen los conceptos y señalan los tipos de relación existente entre ambos.

En el mapa se organizan dichos elementos relacionándose gráficamente, y formando cadenas semánticas, es decir, con significado.

Más vale una imagen que mil palabras, la primera ilustración es un mapa conceptual, la segunda no. Y ya que sabe lo que es un mapa (si es que no lo sabía), ha llegado el momento de coger un boli y pintar un poco la revista.

### El proceso de construcción de los mapas conceptuales.

Las normas son sencillas, yo pongo las palabras clave y usted hace el mapa. Las palabras clave en un círculo, tendrá que unirlas con líneas continuas y encima de cada línea escriba el nexo o palabra enlace que considere conveniente. Establezca después las relaciones cruzadas con líneas discontinuas.

**Palabras clave:** función, correspondencia, variable, dependencia, tabla, fórmula, gráfica...

Antes de observar, evaluar y asesorar en la confección de los mapas es necesario practicar un poco, experimente como busca la posición más correcta de los conceptos, las palabras enlace adecuadas y relaciones cruzadas....¿Ya ha terminado?, no era difícil .

### EL PROCESO DE LOS MAPAS CONCEPTUALES

Ojo al dato, es suficiente utilizar media hora cada una o dos semanas. Y efectivamente, es un **proceso**. Esto es, los mapas se irán perfeccionan-

do y ampliando poco a poco. Los primeros mapas los trabajarán de forma **individual** y después por grupos de tres, contrastarán y unificarán sus mapas. Por cierto, podrá observar que es una tarea a la que están familiarizados. Escriba las palabras clave en la pizarra y déles diez minutos para mapear.

Observe el siguiente mapa construido por un alumno de segundo de BUP con los conceptos que aparecen al margen. Figura 1.

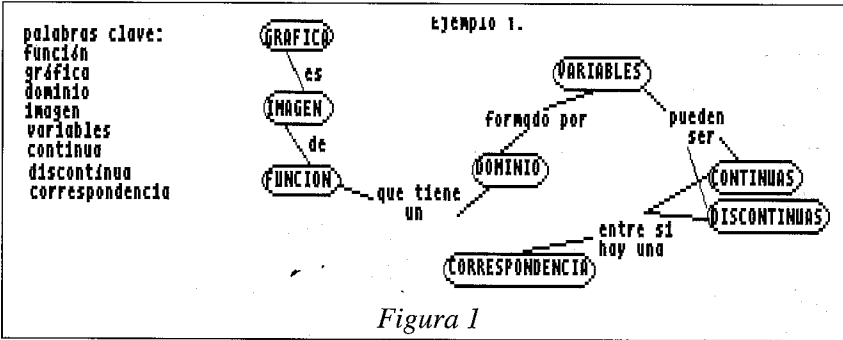


Figura 1

Los primeros mapas serán de este tipo. Observe su linealidad, un concepto lleva a otro sin más relaciones, y a uno sólo. El concepto imagen de función es incorrecto. Prepondera el concepto gráfica sobre función. La función sólo tiene dominio?. Fíjese lo alejado del concepto correspondencia con el de función. Vea la relación entre dominio y variable. ¿qué correspondencia hay entre continuas y discontinuas?.

El siguiente mapa fue confeccionado por otro alumno en la misma sesión. Figura 2.

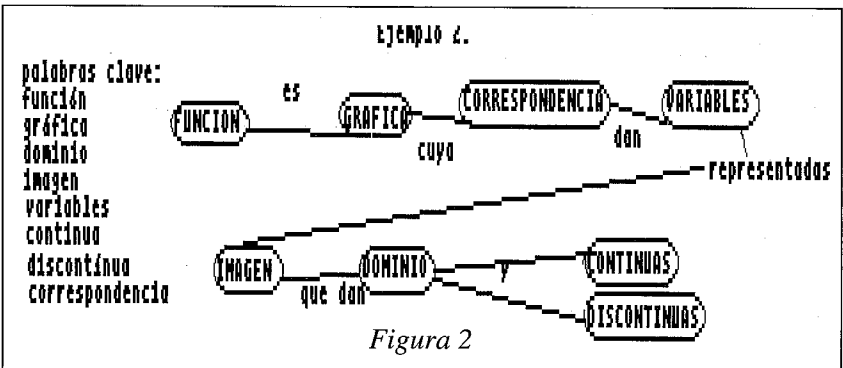


Figura 2

Qué diferente es, y sin embargo son alumnos compañeros que han asistido a las mismas explicaciones y mismos ejemplos. En éste no existe estructura de proposición. También es lineal, pero las palabras enlace son inadecuadas. En ambos casos no existe la idea de función como correspondencia entre conjuntos. Y coincide este resultado con todos los compañeros de la clase. El poder de los ejemplos y ejercicios ha borrado los conceptos. Para ilustrar esto último, observe cómo un alumno de primero de BUP, que ha venido trabajando funciones lineales de primer grado, confecciona un mapa que reproduce el ejercicio tipo habitual de representar la recta. Figura. 3.

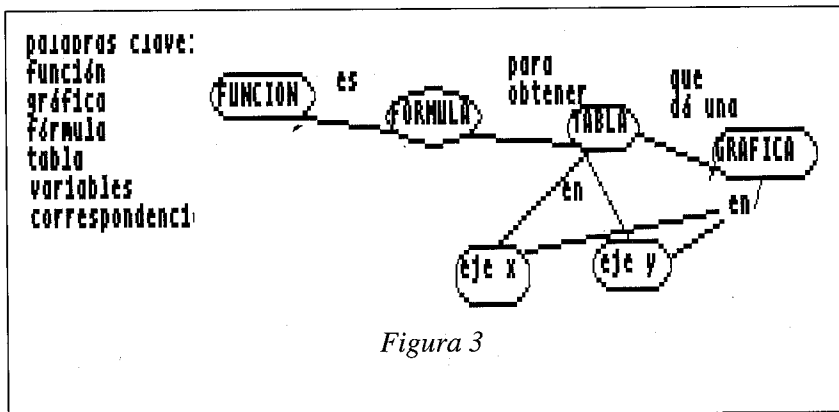
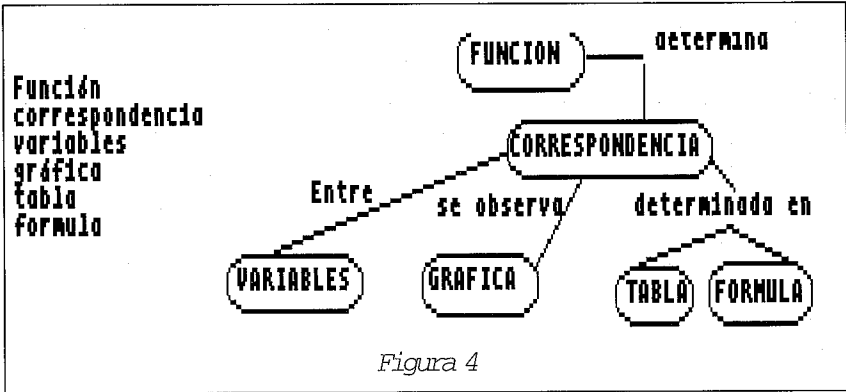


Figura 3

Volviendo al nivel de segundo, en próximas clases habré de insistir sobre el concepto función como correspondencia, cuestión a la que apenas le dediqué una breve mención pues se trata de alumnos de segundo.

La semana siguiente ya trabajaron en grupos, después de mejorar sus mapas individuales. Aparecieron mapas como éste. Figura 4.



Como se ve, ya no hay linealidad, en clase he insistido sobre la jerarquía de los conceptos en el mapa, esto es, los conceptos relacionados con el mismo nexo, deben aparecer a la misma altura.

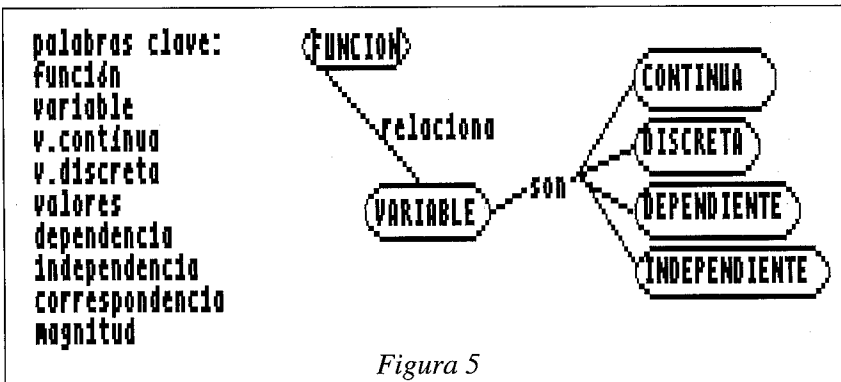
Como se ve, todavía es muy pobre, no hay relaciones cruzadas entre gráfica, tabla y fórmula. Una gráfica también determina una correspondencia. ¿Se parece al que usted ha hecho?.

**Incluyendo mas conceptos...**

Veamos ahora tres ejemplos de grupos diferentes. Confeccione usted mismo el mapa para poder observar las dificultades.

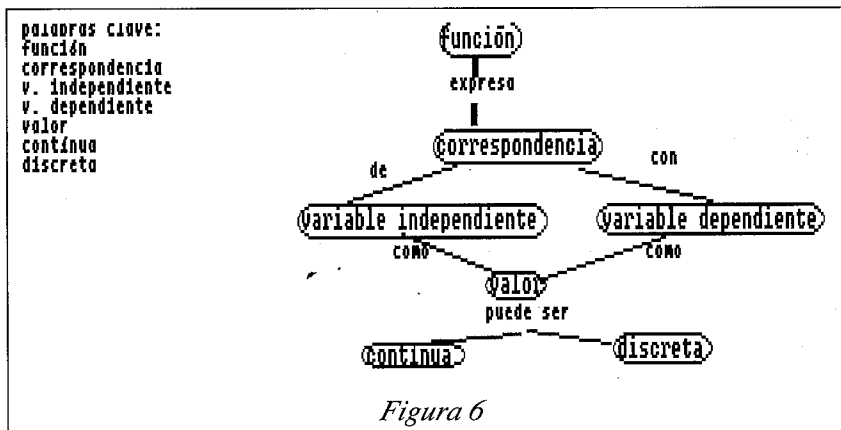
Palabras clave: función, variable, variable continua, discreta, valor, dependencia, independencia, correspondencia, magnitud.

Puede encontrarse mapas como este. Figura 5.

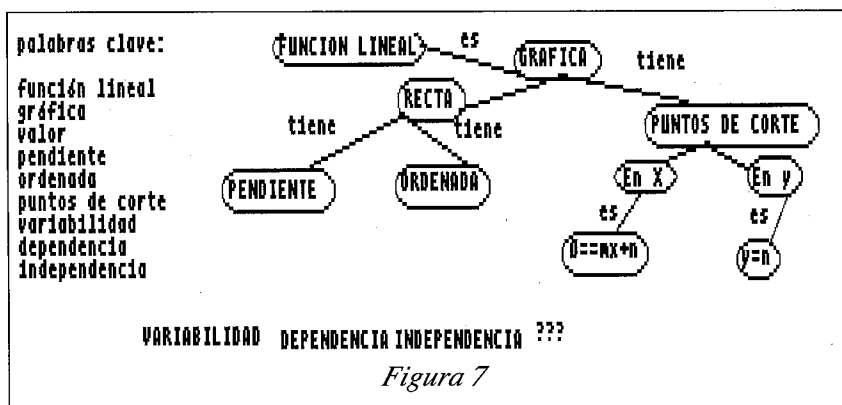




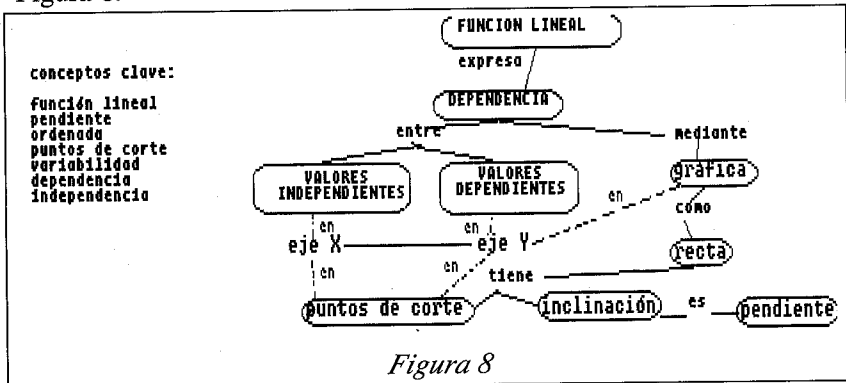
Aparte de la omisión de conceptos, parece más bien una clasificación. No aparece «correspondencia», basta mencionar esta falta para que los alumnos consideren la relación de dependencia. El siguiente mapa, figura 6 quedó mejor encajado, se observa que no tiene la clásica forma de árbol, hay una mayor **integración** de conceptos. Sin embargo no se ha incluido el concepto magnitud. Esto daría lugar a conexiones cruzadas de líneas discontinuas, con el nexo «son».



En el siguiente ejemplo veremos como podemos restringir el uso de los mapas a funciones específicas, como las funciones lineales, de primer grado. Observe en la Figura 7 como nuevamente prepondera en el mapa la cuestión de los cálculos.

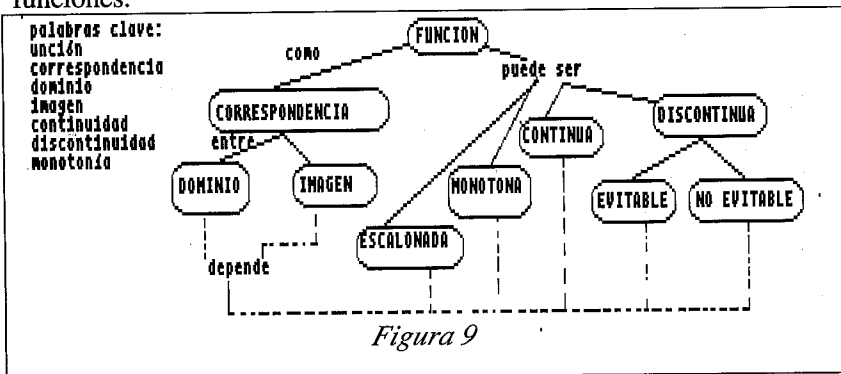


Además, no aparecen los conceptos de variabilidad, dependencia, independencencia. Nuestra acción se ha de limitar a la puntualización de deficiencias en el mapa y errores en las proposiciones construidas, así como a animar en la creación de relaciones cruzadas. Después de esto, los cambios que efectúan los alumnos puede dar lugar a mapas como éste. Figura 8.

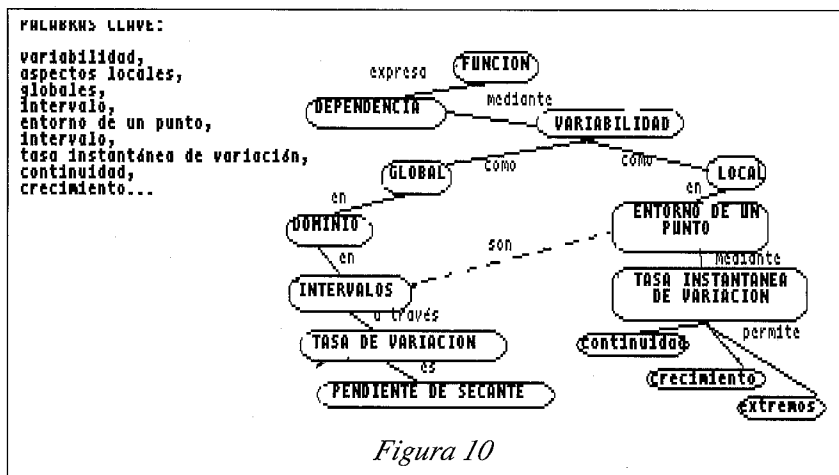


Ya se pueden detectar conceptos bastante bien integrados, en la misma lectura de las proposiciones, como «función lineal expresa dependencia mediante gráfica como recta».

Un último ejemplo de integración de conceptos. Los grupos de tres, que han ido elaborando sus mapas, se pueden unir en grupos de cinco, entremezclados, de modo que cada uno aporta su mapa de grupo, es interesante que los grupos trabajen mapas que se diferencien en uno o dos conceptos. Por ejemplo el grupo de la Figura 9 se centró en tipos de funciones.



Otro grupo se centró en aspectos locales y globales, incluyendo conceptos de variabilidad, como tasa de variación media y tasa de variación instantánea. Figura 10. El negociar un mapa conjunto implica el debate y la discusión de conceptos.



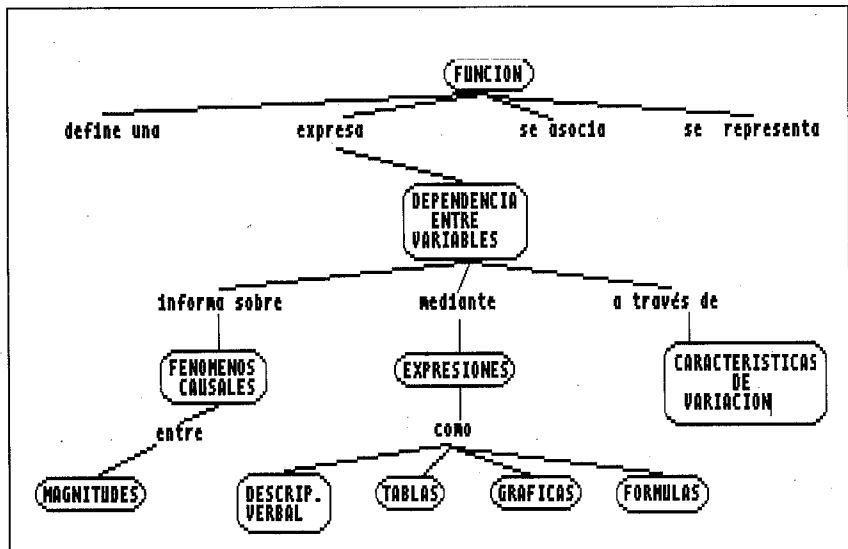
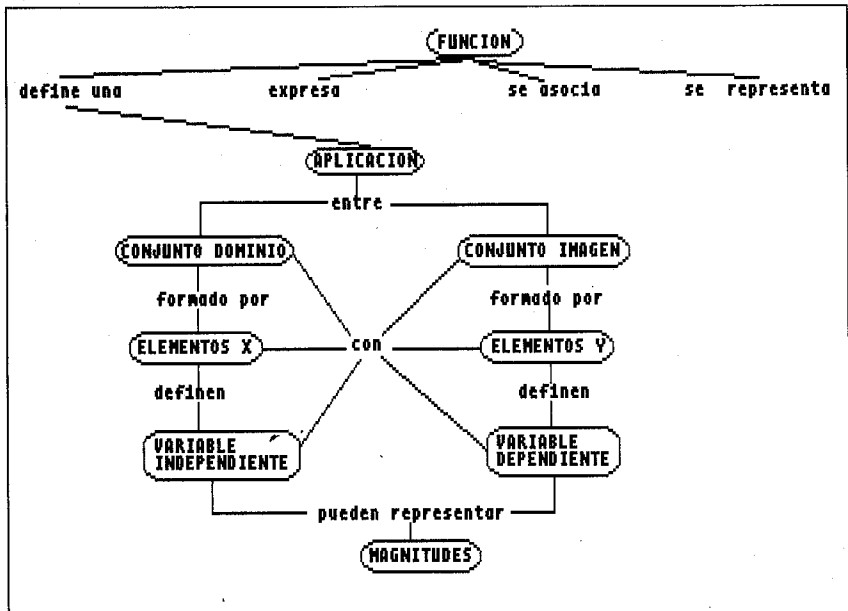
En esta fase de trabajo no es extraño verles trabajar los mapas fuera de clase, pues se ven implicados en la construcción del conocimiento. Podríamos poner a continuación alguno de los mapas resultado de tales discusiones, pero dejaremos que usted mismo o misma se plantee el ejercicio. Se dará cuenta de cómo necesita usar más conceptos y más relaciones cruzadas.

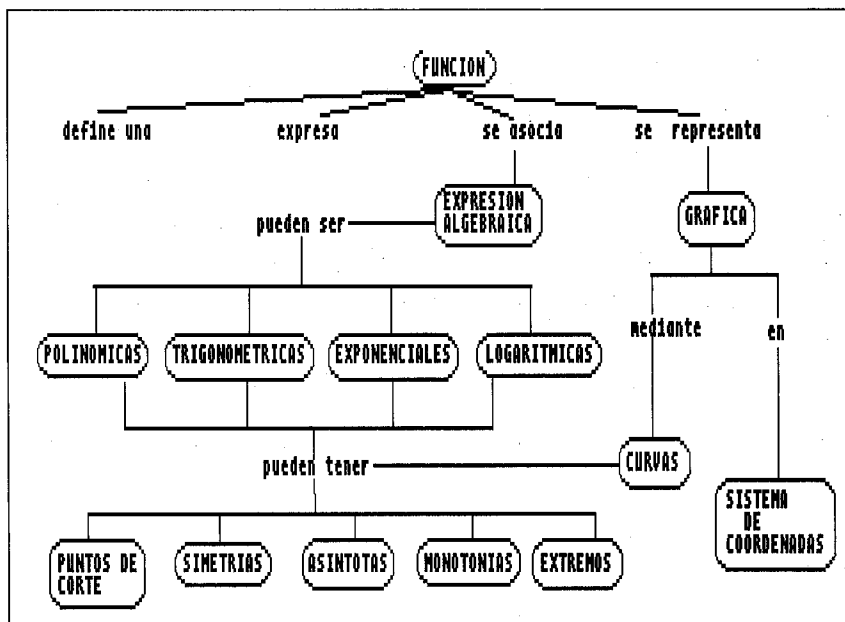
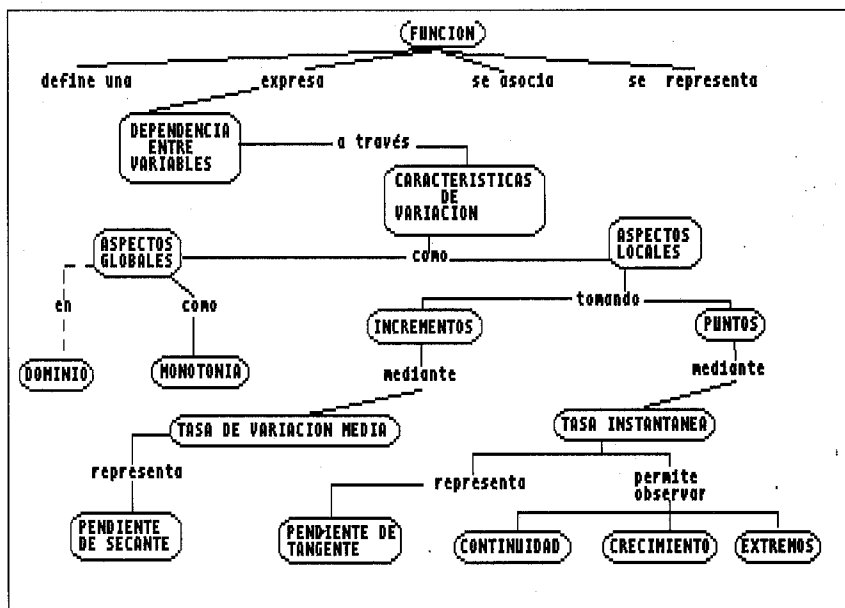
### Conclusiones

Si ahora le hecha un vistazo a los objetivos y contenidos expuestos al principio del artículo, observará que hemos logrado muchos de ellos. La técnica del mapa conceptual me ha demostrado su eficacia como herramienta complementaria a las explicaciones y ejemplos, y sobre todo, me ofrece valiosa información sobre las lagunas conceptuales que tienen los alumnos y alumnas.

Los siguientes mapas son algunos ejemplos ¿acabados?. Después de un buen mapa siempre viene otro mejor, más completo, con mejores relaciones y más conexiones cruzadas.

Si después de leer el artículo desea saber más sobre mapas conceptuales y aprendizaje significativo, consulte la bibliografía de referencia.





**PARA SABER MAS...**

- Ausubel, D. F.: «Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo». México. Trillas (1973).
- Azcárate, C. y Deulofeu, J.: «Funciones y Gráficas». Matemáticas: Cultura y Aprendizaje. Ed. Síntesis. Madrid (1990)
- Castelnouvo, E.: «Did. de la M. moderna». Trillas, Mexi.(70).
- Guarro, A. «Un modelo de análisis y representación de la estructura del contenido». Enseñanza (1988). Anuario interuniversitario de Didáctica, Num. 3.(237-267).
- Novak, J. D. y Gowin, D. B.: «Aprendiendo a aprender». Ed. Martínez Roca. Barcelona .
- Ontoria, A. y otros.: «Mapas Conceptuales: una técnica para aprender». Ed. Narcea. (1992).
- Puig Adam, P.: «La matemática y su enseñanza actual» Madrid, (60)

