NÚMEROS
Revista de didáctica de las matemáticas
N° 30, junio de 1997, págs. 43-48

El rincón de la calculadora gráfica

El radián

Francisco Puerta García

Siguiendo con la divulgación del uso de la TI–92, en esta ocasión voy a transcribir el desarrollo de una clase impartida por mi el pasado mes de abril a un grupo de 4° de ESO sobre el concepto de radián.

El radián es un concepto que es bastante extraño a los alumnos, o que por lo menos les cuesta asimilarlo, porque tienen que conjugar la idea de proporcionalidad entre arcos y radios asociada a la semejanza entre circunferencias, con el concepto de rectificación de un arco, y aprender a releer la fórmula de la longitud de la circunferencia como "L" igual a "2π" *veces* el radio. A mi entender, el módulo de geometría de la TI–92 (o cualquier software de geometría dinámica) es la herramienta ideal para trabajar conceptos de este tipo debido a la infinita variabilidad de las figuras que se pueden representar con ella y a la posibilidad de realizar medidas que varían dinámicamente y que se pueden transferir para dar lugar a nuevos objetos, como veremos a continuación.

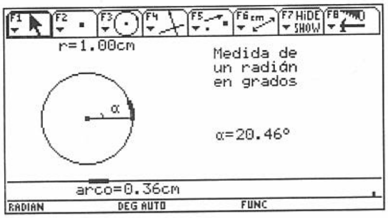
Estaba trabajando la trigonometría y les pedí a mis alumnos que leyeran en el libro la definición de radián e intentaran entenderla. Pasados unos dias aparecí con el retroproyector para explicarla y justificarla con ayuda de la máquina. Mi principal objetivo es que los alumnos asimilen el concepto de radián de una forma significativa; es decir, no me basta con que sepan la definición de radián y cómo calcular su valor en grados sexagesimales, sino que tienen que crear una

Esta sección ofrece a los lectores un foro en el que exponer ideas, consultar dudas y debatir planteamientos didácticos relacionados con el uso de la nueva generación de calculadoras gráficas avanzadas en la enseñanza de las matemáticas. Esperamos que participes enviando tus consultas o aportaciones a la dirección indicada al final.

intuición de lo que es un radián, de su comportamiento y aspecto y saber por qué en un ángulo completo hay 2π radianes.

El diálogo profesor–alumnos que ustedes van a leer dió lugar a muchas conexiones entre los diferentes conceptos que intervienen, y que a veces no quedan explícitos, y en él queda claro que el uso de imágenes con variabilidad ilimitada ayuda a visualizar más claramente conceptos que dependen de propiedades generales de las figuras, donde una sola instancia no es suficiente para desarrollar la intuición completa.

Empezamos viendo la siguiente pantalla

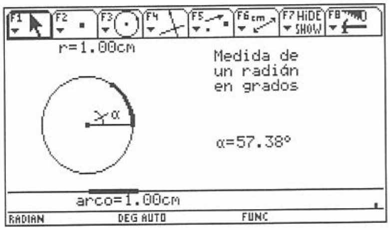


–Profesor: ¿Han leído la definición de radián en el libro?

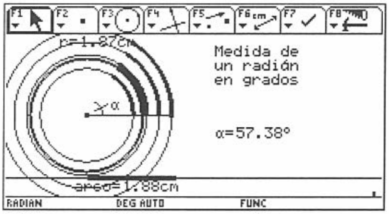
Algunos si, pero no la recuerdan. La buscan y leen: "Un radián es la medida de un ángulo central tal que el arco que abarca en la circunferencia es igual al radio con el que ha sido trazada".

–Prof: ¿Entonces, el ángulo α medirá más o menos que un radián?
–Alumnos: Menos, menos...
–Prof: Vamos, pues, a alargar el arco para que mida lo mismo que el radio. ¡Fíjense en la medida en grados y en la longitud del arco!

Lo muevo hasta que se ve así



–Prof: Así que un radián, aproximadamente, deben ser unos 57°. Pero, ¿pasará lo mismo con una circunferencia más grande, ...o más pequeña?
Hay diversidad de opiniones entre la clase pero parece que están convencidos de que si, aunque no son capaces de argumentar el porqué.

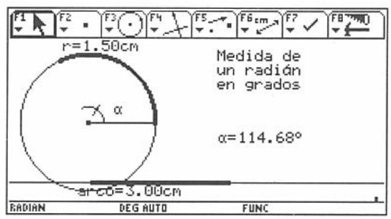


Alargo la circunferencia *tirando* de ella y observamos que las medidas de arco y radio varían, manteniéndose iguales entre sí[1], y la medida del ángulo no varía en absoluto.

Incido en el concepto de proporcionalidad de los arcos a los radios. Quedan convencidos visualmente de que el radián mide lo mismo siempre; sin que importe el radio con que se haya trazado el arco. La definición de radián está bien hecha; no depende del tamaño de la circunferencia que se use para medirlo.

Dejo la circunferencia con 1'5 cm de radio

–Prof: Entonces, ¿cuántos grados tendrá un ángulo de dos radianes?
–Alum: Aproximadamente 114°.
– ¿Y el arco?
– 3 cm.



Lucho con las teclas del cursor para lograr medidas exactas (ellos me van jaleando cuando me paso o me quedo corto) y obtengo algo parecido a lo siguiente

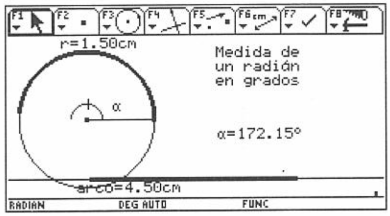
–Prof: Así que está claro: un arco de 3 cm produce un ángulo de medida doble.

Hago un inciso:
–Prof: Insisto en que cuando se trata de arcos, la medida hay que tomarla *en redondo*, es decir, siguiendo la curva de la circunferencia y no en línea recta entre los extremos del arco.
Y mido la longitud de la cuerda del arco, para confirmar que es menor

[1]Salvo alguna centésima debida a la imposibilidad de situar puntos exactos en una pantalla.

que la medida de éste.
En la recta al pie de la pantalla se va *desarrollando* el arco para reforzar el sentido de *rectificación*.

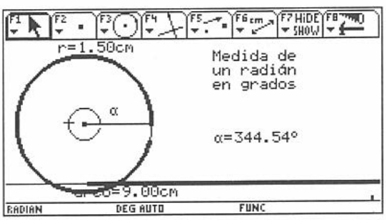
–Prof: En el ángulo llano ¿cabrán tres radianes?
–Alum: Si.
–¿Pero exactamente?
Dudan.



Lo confirmamos con la pantalla

Se ve bastante claro que los tres radianes no llegan a completar el ángulo llano.

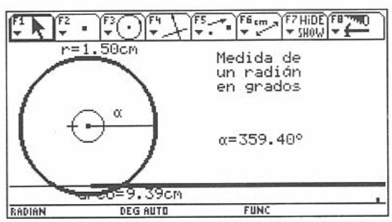
–Prof: Entonces, más o menos ¿cuántos radianes cabrán en el ángulo completo?
–Alum: Pues seis y sobrará un poquito.
–Prof: ¿Cuanto deberá medir el arco?



–Alum: 9 centímetros.
Muevo el cursor hasta que consigo esa medida para el arco

–Prof: ¿Cómo podremos calcular ese *poquito* que nos falta?

Trabajan con sus calculadoras tratando de ajustar los decimales sobrantes.



Sigo aumentando el arco para que complete la circunferencia, aunque no puedo llegar exactamente a 360° porque entonces la máquina mediría 0°.