

¿Nada es perfecto?

Un recorrido por algunas clases de números y su aplicación en la Educación Secundaria Obligatoria.

José Antonio Rupérez Padrón

Resumen

Haciendo un repaso por distintos tipos de números: perfectos, amigos, pitagóricos, etc., se ejemplifican actividades para la clase encaminadas a que alumnos de la ESO practiquen propiedades de los números enteros y sus operaciones, con la excusa de obtener números de estas tipologías.

¿Pero hay algo perfecto? Me preguntabas. Y ni tus pupilas eran azules, ni las clavabas en mí. Pero la pregunta se las traía.

¿Algo perfecto? Seguro que esperabas que la respuesta fuera “tú”; pero lo primero que me vino a la mente fue un número: el seis.

Era en un sueño velado, en un duermevela soñado, en esa frontera difusa entre el mundo onírico y el mundo real. Recordé que el 6, y algunos más, como el 28, se definen como *números perfectos* al cumplir la propiedad de ser iguales a la suma de sus divisores, excluido él mismo (suma de sus partes alícuotas). Ocurre que también el 6 lo podemos considerar *pluscuamperfecto*, ya que el producto de sus divisores es, asimismo, 6, lo que no ocurre con 28.

Estas reflexiones me llevaron a pensar las dos cuestiones siguientes:

¿Hay muchos números que por sus características tienen nombre propio, constituyendo un subconjunto interesante de números?

¿Cómo puedo utilizarlos en la actividad docente?

Releyendo algunos libros que ya acumulaban polvo, he encontrado distintos tipos de números no muy corrientes ni populares, unos más conocidos que otros y, sin pretender ser exhaustivo, aquí van.

Los números perfectos y pluscuamperfectos pueden constituir una posibilidad didáctica en el estudio de los divisores de un número a nivel de 1º de la ESO. Junto a ellos hay que hablar de *números defectivos*, cuando la suma de sus divisores es menor que el número o *excesivos* cuando es mayor.

Con vistas a una utilización didáctica de estos números, buscando el que los alumnos practiquen la investigación de divisores, parece más conveniente usar como definición de número perfecto esta otra: “ n es un número perfecto si la suma de sus divisores da el doble del número”, y adaptar las otras definiciones de número excesivo, defectivo y pluscuamperfecto de tal manera que se considere al propio número entre los divisores. Se conocen algunas propiedades de los números perfectos desde la antigüedad y así Euclídes ya estableció que si $(2^p - 1)$ es primo –primo de Mersenne -, $2^{p-1}(2^p - 1)$ es perfecto.

Cuando la suma de los divisores de un número, que denotamos por $\sigma(n)$, es tres veces el número “ n ”, tales números se llaman *triplemente perfectos*, o en general, los números para los que $\sigma(n) = kn$, se llaman *múltiplemente perfectos* o *k-perfectos*. Un ejemplo es 120: $\sigma(120) = 360 = 3 \cdot 120$, ya que los divisores de 120: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60 y 120, suman 360.

Unas actividades donde intervengan los números perfectos, sencillas, podrían ser así:

A1 Un número perfecto es aquel que la suma de sus divisores da como resultado el doble del propio número.

Por ejemplo, el número 6 es perfecto ya que sus divisores: 1, 2, 3 y 6 al sumarlos dan 12. El 8, sin embargo, es *excesivo* ya que la suma de sus divisores, 1, 2, 4 y 8 es 15, un número menor que 16, que es el doble de 8. Por el contrario el 12 es *defectivo* puesto que la suma de sus divisores es: $1+2+3+4+6+12 = 28$, más grande que el doble del propio 12: 24.

Clasifica los primeros 60 números naturales en perfectos, excesivos o defectivos, repartiendo el trabajo con tus compañeros y buscando un sistema que te simplifique esta labor: por ejemplo separando los números primos primero. Al número perfecto que encuentres, si ha sido tu grupo el primero en hacerlo, lo vamos a bautizar como “número perfecto de <nombre del grupo>”

A2 Un número pluscuamperfecto es aquel que el producto de sus divisores da el cuadrado del número. Por ejemplo el número 6 es pluscuamperfecto ya que el producto de sus divisores: $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 6 = 36$, cuadrado de 6.

¿Hay algún otro número pluscuamperfecto entre 0 y 50? ¿Y entre 50 y 100?