SOBRE LA GEOMETRÍA DE LA RELATIVIDAD

Domingo Chinea

H. Minkowski

La teoría general de la relatividad de Einstein es el ejemplo más espectacular del uso con éxito de la imaginación matemática para reflejar la conducta del universo físico. Como es conocido, en 1905 Einstein publica su primer trabajo sobre la relatividad especial, y en 1916 su trabajo sobre la teoría general de la relatividad. Un paso importante en las investigaciones de Einstein fue la interpretación geométrica que hizo H. Minkowski (en 1908). Antes de recordarla, mencionemos brevemente como estaba la geometría diferencial en aquella época.

En 1854, B. Riemann en su memoria *Sobre las hipótesis en las cuales subyacen los fundamentos de la geometría*, usando un lenguaje intuitivo, da un primer paso para la elaboración del concepto de variedad diferenciable e introduce los conceptos de métrica y curvatura seccional, que serán fundamentales en la teoría de Einstein.

15

La idea de variedad diferenciable ya estaba en el tratado de Mecánica Analítica de Lagrange, en 1788, al considerar el espacio de configuración de un sistema dinámico, aunque su definición, necesaria para la formalización de las ideas de Riemann, aparece por primera vez de forma explícita en 1913 en un trabajo de H. Weyl, la definición moderna surge en otro de O. Veblen y H. Whitehead en 1932, y la definitiva se debe a H. Whitney en 1936. Una variedad diferenciable no es otra cosa que la generalización del concepto de superficie en $\mathbb{R}^3$, y su concepto es necesario para extender los métodos del cálculo diferencial a espacios más generales que $\mathbb{R}^n$.

El concepto de métrica nace con la idea de Riemann de distinguir entre el espacio y las construcciones geométricas que se puedan realizar en él, dependiendo estas construcciones de la métrica en el espacio. Así, una métrica asigna en cada punto de una variedad un producto escalar en el espacio tangente en ese punto.

Usando el lenguaje tensorial, una métrica es un campo de tensores de tipo *(0, 2)* simétrico y definido positivo, y si $(x_1, \ldots, x_n)$ son coordenadas en la variedad se suele representar por $g = \sum g_{ij}\, dx_i\, dx_j$. En particular, la métrica