AHLFORS, EL JARDINERO QUE VINO DEL NORTE

José Luis Fernández Pérez

En el Congreso Internacional de Matemáticos de Oslo, de 1936, el Rey de Noruega, Haakon VII, entrega las dos primeras Medallas Fields. Los galardonados son Jesse Douglas y Lars Valerian Ahlfors. El norteamericano Douglas no está presente, y en su nombre recoge el premio el gran Norbert Wiener, colega suyo en el Massachusetts Institute of Technology.

Tiempos turbulentos; los vientos del fascismo y el totalitarismo ya azotan Europa. La asistencia al Congreso es escasa.

Douglas recibe la Medalla por su trabajo en el problema de Plateau, que pide verificar la existencia de superficies mínimas con una frontera determinada. Constantin Carathéodory describe, como presidente del comité de selección, el trabajo de los dos premiados. Fue Hermann Weyl, en 1954, el último que se atrevió a describir el trabajo de *todos* los galardonados.

Ahlfors, el primer matemático que recibe la Medalla Fields, nuestro más prestigioso galardón, es, sin duda, la figura central de la variable compleja del siglo XX, a la que aportó contribuciones germinales en casi todas sus áreas, creando y desarrollando muchas de ellas. Hay quien define, y casi no exagera, el análisis complejo del siglo XX como las matemáticas que tienen que ver con los trabajos de Ahlfors.

Lars Ahlfors

Lars Ahlfors nació en 1907 en Helsinki, en el seno de una familia de cultura y lengua suecas. A Helsinki, se la conocía entonces por su nombre sueco de Helsingfors (y así fue hasta la independencia de Finlandia tras la Primera Guerra Mundial) y era la capital del Gran Ducado de Finlandia del imperio zarista. La minoría sueca de Finlandia vivía fundamentalmente en la costa y dominaba, en gran medida, las estructuras económicas del Gran Ducado.

Ahlfors se doctoró en Helsinki en 1930, fue profesor en Helsinki y en Zúrich, y tras la Guerra Mundial, en 1946 se estableció definitivamente en la Universidad de Harvard, en la que había trabajado de 1935 a 1938.

En Matemáticas, la tradición, los modelos, las escuelas son muy importantes; los matemáticos atesoran con celo y devoción sus genealogías de maestro a discípulo.

Ahlfors es, quizás, el principal exponente de la gran escuela nórdica de teoría de funciones. Lindelöf, sueco-finlandés como Ahlfors, y al que se considera con justicia el padre de la matemática finlandesa, importó esa tradición desde Suecia, y en ella se formó Rolf Nevanlinna, quien, a su vez, fue el maestro de Ahlfors.

La teoría de funciones, el análisis de las funciones de variable compleja y de las superficies de Riemann, es un área clásica de las matemáticas. Uno de sus resultados más deslumbrantes por la sencillez y contundencia de su enunciado es el teorema de Picard. Una función entera es una función de variable compleja con valores complejos, definida y holomorfa (derivable en sentido complejo) en todo el plano. Pues bien, el teorema de Picard afirma que: *toda función entera no constante toma todos los valores complejos salvo a lo sumo un valor excepcional.* La prueba es ahora muy sencilla. Tiene tres ingredientes. Supongamos que tenemos una f como la del enunciado y que omite dos valores, 0 y 1, digamos. Hay una función holomorfa M definida en un disco y que toma todos los valores salvo esos dos. Se trata de un cubrimiento. La topología nos dice que una tal f se puede factorizar a través de M, es decir, $f=Mb$. Esta b es holomorfa en todo el plano complejo y acotada, y el teorema de Liouville (una sencilla acotación de coeficientes de Taylor) nos dice que b es constante, luego f es constante también. .

Desde Picard, se quería entender su teorema sin apelar a los llamados métodos trascendentes, es decir, sin apelar a la función modular. Lindelöf contribuyó decisivamente a ese programa, de hecho, el teorema de Phragmén-Lindelöf fue obtenido como herramienta para esos estudios.

Nevanlinna aporta un cambio radical cuando, en los años veinte, crea la teoría que ahora lleva su nombre. Teoría que, al incorporar métodos de teoría de potencial y de geometría diferencial, permite obtener cotas explícitas del número medio de veces con que las funciones toman los distintos valores, en términos de ciertas tasas de crecimiento.

Ahlfors, al comienzo de los años treinta, lleva esas técnicas y esa conjunción de métodos mucho más lejos y logra dar formas de estimar el número de veces (y no el número medio de veces) que se toman los valores, como número de hojas de cubrimientos ramificados y en términos del área que va cubriendo la función. Es la teoría de cubrimientos de Ahlfors; el motivo prin-