Geometría y progresiones: una demostración

Manuel Oramas Mesa

En un triángulo cualquiera sabemos que el baricentro G está a 2/3 de mediana del vértice. Veámoslo.

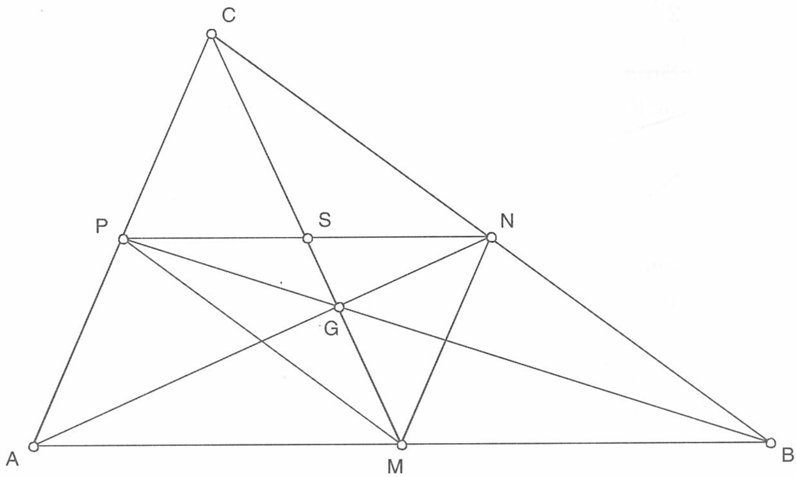

Figura 1

Sea el triángulo ABC. Tracemos los puntos medios de sus lados M, N y P y sus correspondientes medianas. Dibujemos ahora el triángulo cuyos vértices son M, N y P y supongamos que la mediana CM vale 1.

Por el teorema de Thales, $\frac{CB}{CN} = \frac{CM}{CS} = 2$, luego CS = ½ CM = ½

Por otro lado, las medianas del triángulo MNP están sobre las medianas de ABC. En efecto,

$$\frac{MB}{CM} = \frac{SN}{CS} = \frac{MB}{1} = \frac{SN}{\frac{1}{2}}, \text{ luego } SN = \tfrac{1}{2} MB = \tfrac{1}{2} PN.$$

Por lo cual S es el punto medio de PN.

Por ello CG = CS+SG = ½ + SG.

Vamos a dibujar el triángulo PMN y sobre él el triángulo TRS que une los puntos medios de sus lados.

Sabemos que MS vale ½ y MV (ver figura 2) vale $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$, lo mismo que SV.

Si dibujamos el triángulo que une los puntos medios de los lados de TRS, obtenemos el punto Q que es tal que $SQ = \frac{1}{2} SV = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = 1/8$.

Luego $CG = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + QG$

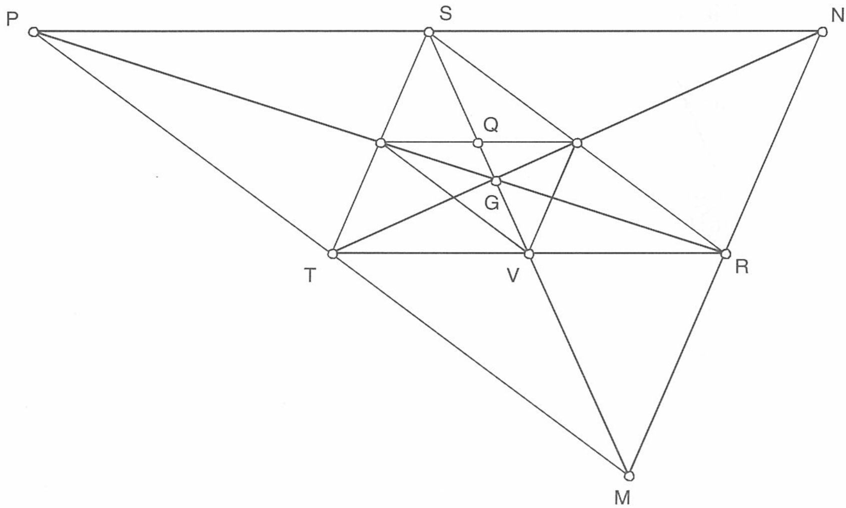

Figura 2.

Siguiendo el mismo razonamiento se tiene

$$CG = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} + \ldots = \frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{4}} = \frac{3}{2}$$

Manuel Oramas Mesa. Licenciado en Matemáticas y Ciencias Económicas y Empresariales por la Universidad de La Laguna. Profesor de Matemáticas y Economía del Instituto de Enseñanzas Secundaria «Viera y Clavijo» La Laguna.