Aprender matemáticas en un entorno de álgebra computacional: los obstáculos constituyen oportunidades[1]

Paul Drijvers

Resumen

Utilizar álgebra computacional no es tan fácil como puede parecer. Frecuentemente, los estudiantes encuentran obstáculos mientras trabajan en un entorno de álgebra computacional. En este artículo se distinguen los obstáculos globales y los locales, y se identifican los de ambas categorías. La teoría de la instrumentación proporciona un marco para interpretar el obstáculo como un desequilibrio entre los aspectos conceptual y técnico de un esquema de instrumentación. Se argumenta que explicitar los obstáculos y tratar de superarlos, conduce al desarrollo conceptual. En consecuencia, los obstáculos constituyen oportunidades de aprendizaje.

Introducción

Cuando me enfrenté por primera vez con el álgebra computacional, a finales de los 80, me fascinó inmediatamente la potencia y velocidad del sistema, que, en mi caso, fue Derive. Parte de la fascinación era debida a la sensación de que hacer matemáticas con tal sistema parecía, por un lado, muy simple, y, por otro, requería pericia para usarlo eficientemente. Hacer tangible la naturaleza de esta competencia es una tarea interesante, pero difícil.

Por ejemplo, es fácil desarrollar una expresión como $(x + y)^3 + 1$ (ver #1, fig.1). Sin embargo, contrariamente a lo que pudiera parecer, transformar con Derive $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 + 1$ en $(x + y)^3 + 1$, no resulta tan fácil. La orden[2] factor, que funciona frecuentemente para "deshacer un desarrollo", conduce, en este caso, a un resultado diferente y más com-

---

1 Este artículo apareció originalmente en inglés en Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (ZDM) vol 34 (5) 2002. Ha sido traducido por Manuel Fernández Reyes. El autor agradece al profesor Manuel Fernández el trabajo realizado.

2 **Nota del Editor**. A lo largo de todo este artículo se traduce la palabra inglesa *comand* por orden y no por comando. Sabemos que hoy esta generalizado la traducción comando pero, en esta revista, seguiremos luchando contra la mala traducción del inglés siempre que se nos presente la oportunidad.

plejo (ver línea #3, fig. 1). Si no se sabe que la expresión $x^3 + 3x^2y + 3xy^2+y^3 +1$ es el desarrollo de $(x+y)^3 + 1$, se tiene que "ver" que $x+y$ podría ser un factor. La simetría de x e y en la expresión lo sugiere. Entonces, puede darse a $x + y$ un nombre, por ejemplo, z, hacer $y = z - x$ (línea #6), o bien, $x = z - y$, y sustituir finalmente $z = x+y$ (línea #8). Esto es fácil para un matemático, que tiene la pericia necesaria para advertir la simetría de x e y en la expresión, pero ¿lo es para un estudiante, que carece de pericia y experiencia en el entorno del álgebra computacional?

El ejemplo visto nos lleva a la cuestión didáctica de la que se ocupa este trabajo: ¿qué obstáculos encuentran los alumnos, cuando trabajan en un entorno de álgebra computacional, y cómo puede tratar estos obstáculos el profesor?

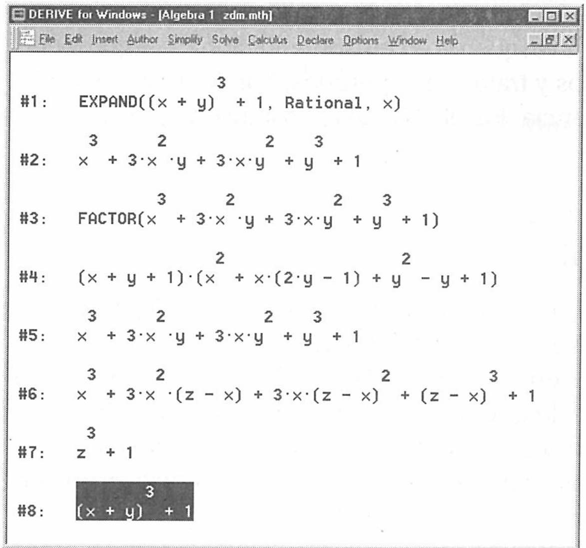

Figura 1. Encontrar el factor $x+ y$ con Derive.

¿Por qué mantener un punto de vista "negativo" respecto a centrarnos en los obstáculos? En los primeros tiempos de empleo de sistemas de computación algebraica (CAS)[3] en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, los educadores eran muy optimistas en cuanto a los posibles beneficios para el estudiante del empleo de herramientas de computación algebraica, pero las cuestiones referentes a las dificultades y obstá-

3 **Nota del Traductor**. Computer algebra systems (CAS): Programa de ordenador o calculadora que manipula expresiones simbólicas o ecuaciones, calcula o aproxima valores de las funciones o de las soluciones de ecuaciones y elabora gráficas de funciones y relaciones.