

Dimensiones de la demostración matemática en bachillerato ¹

Marcelino J. Ibañes y Tomás Ortega

Resumen: Desde hace unos cuantos años, en el Área de Didáctica de la Matemática de nuestra Universidad, se viene desarrollando un Proyecto de Investigación sobre la Demostración Matemática, en el nivel de bachillerato (alumnos de 16-17 años). El trabajo que aquí se explicita forma parte de ese proyecto y en él se estudian cuatro dimensiones de la demostración matemática: histórica, epistemológica, social y cognitiva. Asimismo se trata de dar respuesta a las siguientes preguntas: *¿Qué es la demostración en matemáticas? ¿Para qué sirve? ¿Dónde está su valor? ¿Cómo se aprende?*

Abstract: It is a long time since the Area of Didactic of Mathematics in our University has been developing a Research Project on mathematics proof in high School level (pupils between 16-17 years old). The work here presented is a part of it, and it is articulated in four dimensions of mathematics proof: historic, epistemological, social and cognitive. This analysis tries to give an answer to the following questions: What is the mathematics proof? What does it serve for? Where is its value? How is it learned?

Introducción

La demostración matemática ha despertado un interés creciente en Didáctica de la Matemática y no son pocos los autores, tanto de esta disciplina como de las propias Matemáticas, que coinciden en señalar a la demostración matemática como el procedimiento más importante de las matemáticas, el motor que ha permitido el desarrollo de esta Ciencia. El trabajo de investigación que venimos desarrollando en nuestra universidad nos ha permitido establecer cuatro dimensiones de la demostración, que están relacionadas con las cuestiones formuladas (que no son exclusivas), pero que sin duda contribuyen a una mayor aproximación y a una mejor interpretación de este procepto desde la Didáctica de la Matemática. En la dimensión histórica se va a explicitar una brevísima descripción de los aspectos más relevantes de la demostración desde la época clásica. En la dimensión epistemológica se tratan aspectos relativos a la fundamentación y a los métodos del conocimiento científico relativos a la demostración matemática. En la dimensión social se hace un análisis de las funciones propias de la

¹ Este trabajo es parte de un proyecto de investigación subvencionado por la Dirección General de Enseñanza Superior BXX2000-0069

demostración desde el punto de vista de la matemática educativa. En la dimensión cognitiva se describe un marco de modalidades de esquemas de prueba que ayudan a descubrir el estado en el que se encuentran los alumnos. Finalmente se presentan las conclusiones del trabajo.

Dimensión histórica

Para hacernos una idea de lo que supone demostrar y de su necesidad, y con el fin de aplicarlo después a su enseñanza, proponemos una breve descripción de la presencia de la demostración en la historia de las matemáticas. Los historiadores coinciden en que en las civilizaciones anteriores a la griega no se encuentran teoremas ni demostraciones formales, pero sí algunas explicaciones acerca de la validez de los resultados que aplicaban (Boyer, 1987, 37-67), y que deben considerarse como una forma de prueba o demostración en un sentido amplio (Gheverghese, 1996, 183), de manera que Wilder (1944, 156) considera que las ideas ya estaban suficientemente maduras para que hicieran su aparición los teoremas y las demostraciones. Y, esto sucede en Grecia (Kleiner 1991, 293), ya sea por la estructura de su sociedad, o por la aspiración de la filosofía griega de encontrar las últimas causas, (Kleiner 1991, 293) o por la intención pedagógica de los recopiladores del saber geométrico. En opinión de Boyer (1999, 111), resulta razonable señalar que el punto de partida de la forma racional deductiva de la matemática se produjo en el siglo V a. C. -descubrimiento de segmentos inconmensurables, paradojas de Zenón... -, aunque fuera Eudoxo de Cnido el que primero fundamentó esta organización deductiva sobre un sistema explícito de axiomas (Kline 1992, 81), además de aplicar distintos *métodos* de demostración -*reducción al absurdo*, *exahusción*, etc.- y de utilizar de distintos *modos* de exposición -*analítico*, *sintético*-. Una vez establecido el método hipotético-deductivo y de que éste fuera consolidado por Euclides, los matemáticos griegos posteriores, como por ejemplo, Arquímedes y Apolonio, utilizaron este método como forma de exposición de sus investigaciones en geometría.

Con todo rigor se puede considerar que en esta época también se fundamentó la Didáctica de la Matemática, ya que buena parte de los tratados que se escribieron tenían como fin la enseñanza de esta Ciencia. Desde esta perspectiva se pueden destacar a los Pitagóricos, a Platón, a Zenón y a una lista interminable de la que sin duda hay que destacar a Euclides, por sus *Elementos*, y a Arquímedes, porque en su *Método* nos describe las ideas que le llevaron a probar sus descubrimientos. Sin embargo, durante el período greco-romano, en Alejandría se produce un resurgimiento de la arit-