

# La resolución de problemas y la formación y desarrollo de conceptos. El concepto de media numérica

Otilio B. Mederos Anoceto y José Enrique Martínez Serra

## Resumen

En el trabajo se realiza el estudio del concepto de media numérica con dos objetivos fundamentales:

- Contribuir a la preparación de los profesores de matemática en la utilización de la resolución de problemas como un medio para facilitar la formación, el desarrollo y la generalización de conceptos matemáticos.
- Profundizar en las características particulares de los procesos de formación, desarrollo y generalización de los conceptos matemáticos.

Se ha escogido el concepto de media numérica porque en muchos cursos, su estudio sólo se limita a dar la definición de pocos objetos de su extensión como las medias aritmética, geométrica y armónica. El trabajo consta de cinco secciones con contenidos correspondientes a diferentes niveles de enseñanza.

## Abstract

The study of the concept of numerical mean is carried out in this article with two main objectives:

- To contribute in the preparation of mathematical teachers using problems resolution to facilitate the formation, the development and the generalization of mathematical concepts.
- To understand the particular characteristics of the formation, development and generalization processes of the mathematical concepts.

The concept of numerical mean has been chosen because in many courses, its study is only limited to give the definition of few elements of its extension, as the arithmetic, geometric and harmonica means. The article contains five sections with contents corresponding to different teaching levels.

## §1. La enseñanza y el aprendizaje de la matemática por medio de la resolución de problemas

La enseñanza y el aprendizaje de la matemática por medio de la resolución de problemas están dirigidos a insistir en los procesos de pensamiento y de aprendizaje, tomando como campo de acción los contenidos matemáticos. Desde hace mucho tiempo en Psicología se han estudiado profundamente los procesos de formación, desarrollo (Vygotski, 1998) y generalización (Davidov, 1981) de conceptos; no obstante, consideramos que hay

mucho que hacer en esta dirección con relación a la utilización de la resolución de problemas con este fin en matemática.

En este sentido Miguel de Guzmán (1993) plantea: «Tengo un verdadero problema cuando me encuentro en una situación desde la que quiero llegar a otra, unas veces bien conocida; otras, un tanto confusamente perfilada y no conozco el camino que me puede llevar de una a otra». Siguiendo la idea de Guzmán, tenemos el criterio que algunas de las características que debe tener un problema son: ser accesible a los estudiantes; o sea, que estos conozcan recursos y contenidos matemáticos para su solución y de esta forma estén en condiciones de desarrollar diferentes estrategias para acceder y utilizar dichos recursos en la resolución del problema; que propicien que los estudiantes sientan una motivación intrínseca y que se diviertan con la actividad mental que requiere su solución; que se vean obligados a utilizar diferentes objetos matemáticos y que permitan la aplicación de ideas matemáticas importantes; que faciliten el desarrollo de la intuición y la creatividad; que puedan generalizarse a otros contextos y de esta forma facilitar que los estudiantes planteen nuevos problemas, en particular de su vida, etc.

Algunas de las acciones que hemos aplicado con buenos resultados al utilizar la resolución de problemas como un medio para la enseñanza - aprendizaje de la matemática son las siguientes:

1. Insistir en que la obtención de la solución de un problema no debe considerarse como la etapa final del mismo. Una vez que se haya obtenido su solución, se debe realizar un análisis de las ventajas, calidad o deficiencias de las estrategias o métodos utilizados en el proceso de resolución; ya que este tipo de análisis desempeña un papel fundamental en el desarrollo y aprendizaje de la matemática.
2. Aconsejar varias formas de resolución de un problema teniendo en cuenta los diferentes estilos de aprendizajes de los estudiantes, mediante la orientación de su análisis desde el punto de vista de diferentes contextos matemáticos, por ejemplo, geométrico, algebraico, aritmético, funcional, etc. De acuerdo a nuestra experiencia, por lo general, los estudiantes que llegan a la universidad han desarrollado muy pocas habilidades en la utilización de diferentes vías para resolver un problema, y lo que resulta más preocupante, terminan su carrera sin esta habilidad.
3. Utilizar problemas adecuados que motiven y faciliten la formación y desarrollo de conceptos.
4. Utilizar cadenas de del tipo (problema planteado – problema resuelto – nuevos problemas planteados) que motiven y faciliten diferentes gene-

alizaciones de un concepto teniendo en cuenta el desarrollo del tipo de pensamiento que corresponde a cada nivel de enseñanza.

5. Ofrecer impulsos y adecuados niveles de ayuda para que los estudiantes sientan la necesidad, una vez solucionado el problema, de plantear nuevos problemas dirigidos, por ejemplo, a eliminar alguna restricción bajo la cual fue resuelto, a un contexto más general dentro de la matemática, o a resolver un problema de su vida relacionado con el problema resuelto.
6. Motivar el estudio de un nuevo tema mediante el planteamiento de un conjunto de problemas que le permitan a los estudiantes comprender la importancia de dicho tema, y que resolverán durante el desarrollo del mismo. Estos problemas pueden estar relacionados con el desarrollo histórico del tema, con aplicaciones, con situaciones del contexto de los estudiantes, etc.
7. Tener presente que el método de enseñanza–aprendizaje mediante la resolución de problemas debe desarrollar habilidades para que los estudiantes resuelvan problemas de su vida.
8. Utilizar la resolución de problemas para que los estudiantes participen en la construcción de la matemática que aprenden y para que le encuentren un adecuado sentido a sus técnicas, ideas, objetivos, estructuras, etc.

## **§2. Ideas generales sobre los procesos de formación, desarrollo y generalización de conceptos**

La formación de un pensamiento científico – teórico en los estudiantes es una exigencia del carácter científico en la educación. Para ello se requiere de un estudio amplio del sentido lógico y teórico – cognitivo de los procesos y formas de pensamiento, sobre todo de los procesos de abstracción, generalización y de formación de conceptos. Estos procesos, independientemente de sus singularidades, tienen una extraordinaria relación y unidad.

Algunas acciones que son útiles para que los estudiantes participen en estos procesos son las siguientes:

- Se le presenta a los estudiantes cierto número de objetos, especialmente seleccionados, con el objetivo que los analicen y los comparen.
- Se ayude (de impulsos) a los estudiantes para que seleccionen propiedades de cada objeto, los comparen con los otros objetos y no consideren las propiedades no comunes.