

Las actividades matemáticas y su valor competencial Un instrumento para su detección

Lluís Mora Cañellas (Instituto de Enseñanza Secundaria Llavaneres, Sant Andreu de Llavaneres)
Núria Rosich (Facultat de Formació del professorat, Universitat de Barcelona)

Fecha de recepción: 4 de marzo de 2010
Fecha de aceptación: 30 de septiembre de 2010

Resumen

La implementación del currículum por competencias en los centros educativos nos hace plantear cuales son las competencias que se ponen en juego en las actividades matemáticas que encontramos en los libros de texto. En este trabajo presentamos una herramienta de trabajo para los profesores de matemáticas que nos permitirá evaluar de forma clara cuales son las competencias matemáticas (Niss, 2002) que se pueden desarrollar cuando trabajamos actividades matemáticas en el aula.

Palabras clave

Ejercicios, problemas, competencia matemática, Niss, PISA.

Abstract

The competency curriculum implementation in our schools, makes us to consider what are the mathematical competences we can find in textbook mathematical activities. In this article we present a working tool for Maths Teachers that will allow them to evaluate what are the mathematical competences (Niss, 2002) that we can develop when our students work in the classroom with this kind of mathematical activities.

Keywords

Exercises, problems, mathematical competence, Niss, PISA.

1. Introducción

Es relativamente reciente la inclusión en el currículum de las competencias; en el caso de las matemáticas, el proyecto Kom (Niss, 2002) y el Informe Pisa (2003, 2006) han marcado un antes y un después. En España la última reforma del sistema educativo que se aprueba en 2006 sigue las recomendaciones que da la Unión Europea que plantea como uno de los objetivos principales el desarrollo por competencias; en Cataluña esta reforma se aprueba en el 2007. Creemos que el paso de un currículum fundamentado en los conceptos, procedimientos y actitudes a uno de tipo competencial implica un enfoque diferente en la forma de plantear la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

La cuestión fundamental que se plantea el proyecto Kom es: ¿Qué significa saber matemáticas? La respuesta que encontramos es que para saber matemáticas hace falta tener la competencia matemática. ¿Y cuándo se posee la competencia matemática? Cuando una persona es capaz de entender, juzgar, hacer y utilizar las matemáticas en situaciones contextuales dentro del área de matemáticas, y en cualquier situación donde las matemáticas puedan jugar un papel.



Sabemos que muchos profesores utilizan los libros de texto como fuente para proveerse de las actividades matemáticas que realizarán con sus alumnos y por tanto, serán la base del aprendizaje matemático.

En este trabajo aportamos un instrumento de evaluación de actividades matemáticas que permite a los profesores ver qué elementos de la competencia matemática se pueden asignar a las actividades matemáticas, según las descritas por (Niss, 2002), y mostramos un ejemplo de su aplicación.

2. Referentes Teóricos

Según el enfoque competencial, el proceso de formación debe ayudar a los estudiantes a adquirir competencia en matemáticas y son diversas las aportaciones que ponen de manifiesto que la introducción de este tipo de currículum nos dirige a un cambio de enfoque en proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Como ha señalado (Rico, 2007) la consideración de las matemáticas como “modo de hacer” y la noción de alfabetización responden a un modelo funcional sobre el aprendizaje de las matemáticas, en el cual se postulan: unas tareas contextualizadas, unas herramientas conceptuales y un sujeto. Estas tareas contextualizadas deben activar de alguna manera las capacidades de los estudiantes.

Por otro lado, también podemos ver que el término competencia matemática introducido en la enseñanza representa un salto cualitativo muy importante, ya que no sólo hace referencia a los aspectos matemáticos en los cuales los estudiantes deben ser competentes, sino que lo hace aportándole un valor social importante, yendo más allá de lo que las matemáticas representan como materia. La competencia relaciona la materia con las necesidades sociales. (Roigiers, 2008)

Según (Niss, 2004), el proceso de formación debe ayudar a los estudiantes a conseguir dos grupos de competencias:

- a) La habilidad para plantear y responder cuestiones sobre y con las matemáticas
- b) La habilidad de manejarse con las herramientas y el lenguaje matemático

A su vez, dentro de las del primer grupo hemos de considerar:

- A1) **Pensar matemáticamente.** Comprender y utilizar los conceptos dados: abstraer conceptos y generalizar resultados.
- A2) **Formular y resolver problemas matemáticos.**
- A3) **Ser capaz de analizar y construir modelos matemáticos** en relación a otras áreas. Llevar a término modelizaciones en contextos dados, matematizar situaciones.
- A4) **Ser capaz de razonar matemáticamente.** Seguir y evaluar los razonamientos matemáticos ajenos, comprender el qué es y qué no es una demostración, ser capaz de realizar razonamientos informales y formales.

Y del segundo grupo:

- B1) **Utilizar diversas representaciones.** Ser capaz de pasar de una a la otra.
- B2) **Utilizar el lenguaje de los símbolos y de sistemas formales matemáticos.** Es decir, codificar símbolos y lenguaje formal; traducir de un lenguaje a otro; tratar fórmulas y expresiones simbólicas, etc.
- B3) Ser capaz de **comunicarse en, con y sobre las matemáticas**, es decir, interpretar textos escritos en los diversos lenguajes; escribir textos con diferentes niveles de precisión, etc.

B4) Manejar las ayudas y herramientas matemáticas, tener conocimiento, saber sus limitaciones y usarlas reflexivamente.

Entre los referentes teóricos que han marcado un punto de inflexión en el estudio de las competencias, por su extensión en los diferentes sistemas educativos europeos y por su impacto social, ha sido sin duda, el Informe Pisa que tiene sus antecedentes en el trabajo “Measuring Student Knowledge and Skills. A new framework for Assessment” publicado por la (OCDE, 1999). Del Informe Pisa cabe destacar que es un instrumento de evaluación que se basa en la resolución de problemas matemáticos y que estos son de tipo realista, es decir, incluyen procesos de matematización a partir de situaciones reales.

En (Pisa, 2003) encontramos la definición de competencia matemática escolar como “la capacidad individual para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados, utilizar las matemáticas y comprometerse con ellas, y satisfacer las necesidades de la vida personal como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo” (OECD, 2004, p. 3; OECD, 2003, p. 24).

El estudio Pisa propone la evaluación del conocimiento matemático como un proceso de formación a largo plazo. Recordemos que este estudio trata de detectar los conocimientos y destrezas matemáticas para resolver problemas, principalmente en situaciones de la vida real.

Creamat (2006), organismo dependiente del Departamento de Educación de la Generalitat de Cataluña, se plantea cómo podemos determinar el grado de riqueza competencial de una actividad. Y para dar respuesta a esta inquietud elabora un documento donde utiliza preguntas para poder determinar qué competencias se pueden poner en juego cuando llevamos a cabo una determinada actividad matemática. Este documento pretende evaluar la actividad matemática desde dos puntos de vista: el de las actividades matemáticas y el de la gestión de la clase.

En nuestro estudio tomamos como referente la idea de que la formación de nuestros estudiantes debe ayudar a desarrollar sus competencias, y, en particular, su competencia matemática para ser ciudadanos competentes. Y uno de los elementos fundamentales para poder adquirir esta competencia serán las actividades matemáticas que los estudiantes desarrollen en el aula.

Hay tres aspectos que debemos tener en cuenta si pretendemos desarrollar actividades matemáticas en el aula que ayuden a los estudiantes a profundizar en el dominio de la competencia matemática:

- a) Por un lado los contenidos, que van más allá de los conceptos y procedimientos que hemos estado trabajando durante los últimos años. A los contenidos de las matemáticas tendremos que asociar un conjunto de saberes generales y transversales, sin los cuales la competencia carecerá de sentido.
- b) En segundo término, el alumno es considerado como el actor principal del aprendizaje.
- c) Y en último término, la importancia del trabajo en contexto para relanzar el valor social de la matemática.

3. Instrumento indicador de asignación de competencias matemáticas

En el nuevo diseño curricular en Cataluña y en el proyecto PISA, se utiliza ampliamente el término competencia matemática para evaluar la capacidad de los estudiantes. La pregunta que debemos formularnos ahora es:



¿Cómo podemos saber si las actividades que utilizamos en clase tanto las diseñadas por el propio profesor como las que contienen los libros de texto, son útiles para poder alcanzar esta competencia matemática?

Y, ¿cómo hacer que estas actividades sean lo más ricas posible y permitan a los estudiantes llegar al grado más alto de la competencia en aquellas actividades que se desarrollen en clase?

Puesto que los instrumentos para responder las anteriores preguntas son incompletos, sugerimos una síntesis y ampliación entre ambos (Niss y Creamat) que, a nuestro entender, enriquece ambas propuestas.

El objetivo de nuestro trabajo es diseñar un instrumento útil que permita al profesorado de enseñanza secundaria conocer qué subcompetencias matemáticas se trabajan en las actividades que se proponen a los estudiantes y también, el grado de profundización que se puede alcanzar con ellas. Además, pretendemos también que nuestra herramienta de evaluación competencial permita mejorar las actividades que desarrollamos en el aula.

Los elementos de partida para el diseño de este instrumento son: las competencias incluidas en el diseño curricular, las competencias definidas en el proyecto PISA y los indicadores de diagnóstico competencial de actividades propuestos por (Creamat, 2006). La síntesis de estos elementos los reflejamos en la siguiente tabla:

Competencias	Objetivo	Tipo de respuesta	Según la solución	Estrategias de resolución
Subcompetencias matemáticas definidas por Niss PISA / Currículum	Indicador para valorar la riqueza competencial de la actividad, inspirados en Creamat	Indicador que nos permite ver si la actividad está incluida en el grupo de reproducción	Indicador que nos permite ver si la actividad está incluida en el grupo de conexiones	Indicador que nos permite ver si la actividad está incluida en el grupo de reflexión
		Espacio para indicar si el indicador se responde positivamente o no	Espacio para indicar si la pregunta se responde positivamente o no	Espacio para indicar si la pregunta se responde positivamente o no

Tabla 1. Herramienta de evaluación competencial

En la primera columna situamos las ocho subcompetencias matemáticas definidas por (Niss, 2000). En la segunda columna colocamos los indicadores que utilizamos para evaluar si la competencia aparece o no en la actividad que vamos a evaluar. El punto de partida de esta columna son algunos de los indicadores competenciales sugeridos (aunque no todos) por Creamat (2006).

Hay algunos elementos en nuestro trabajo que evalúan aspectos que no se analizan en el informe PISA y tampoco en el trabajo de Creamat. Por un lado, el Informe Pisa (2003) reduce las 8 subcompetencias de Niss en 6. Entiende, además, que estas subcompetencias son generales y de carácter transversal y se clasifican por niveles de complejidad cognitiva. Y al realizar la evaluación competencial de las actividades lo hace de manera completa. Nosotros entendemos que debemos conocer qué subcompetencias se trabajan en cada una de las actividades que realizan los estudiantes y en qué nivel las clasificamos.

Las siguientes tres columnas nos permiten conocer el *grado* competencial de cada actividad. Estas reflejan los diferentes niveles de complejidad según las capacidades cognitivas de las subcompetencias (Pisa, 2003). Estos niveles de complejidad están descritos en tres grupos:

reproducción, conexión y reflexión. Aunque como señala el Informe Pisa (2003) las subcompetencias nunca aparecen desconectadas unas de otras, por lo tanto, siempre tendremos que valorar la herramienta en su conjunto para valorar la riqueza competencial de la actividad.

En la tercera columna, *tipo de respuesta*, se coloca un indicador que hace referencia al grupo de reproducción, nivel menos profundo del trabajo de la subcompetencia, y al tipo de solución de la actividad que planteamos.

En la cuarta columna, se considera *la solución*, por lo que la pregunta hace referencia al grupo de conexión y se analizan las posibles soluciones más complejas de las actividades.

Finalmente, en la quinta columna, *estrategia de resolución*, la pregunta se dirige al grupo de reflexión y éste será el elemento importante a tener en cuenta.

Una vez establecida la estructura básica de la tabla para una subcompetencia, se desarrolla para las ocho subcompetencias que establece Niss. Para ello asignamos a cada subcompetencia un indicador en formato de pregunta. La respuesta a esta pregunta es la que nos permite identificar el grado en que estamos trabajando la subcompetencia.

A continuación mostramos, a partir de dos subcompetencias, como desarrollamos la herramienta de evaluación competencial de actividades.

3.1 Pensar y razonar (Pensar matemáticamente)

Pensar y razonar es la primera de las 8 competencias matemáticas que establece Niss. Para valorar la subcompetencia de *pensar y razonar* se evalúa a partir de preguntas, ¿Hay...? En este caso, ¿cuántos? ¿Cómo podemos encontrar? Pero no podemos olvidar que las preguntas van acompañadas de las respuestas. Por tanto, también hemos de tener presente los diversos tipos de respuestas matemáticas que podemos dar a estas preguntas.

La pregunta que debemos formularnos para valorar la competencia es:

¿Es una actividad que está planteada a partir de preguntas con el objetivo de buscar la respuesta?

Entendemos que una actividad, de evaluación o de trabajo, destinada a trabajar esta subcompetencia requiere el uso de una pregunta; no se trabajará esta subcompetencia si la actividad sólo consiste en explicar, en escribir o en describir, por ejemplo. En este sentido, podemos decir que la práctica totalidad de las actividades incluidas en los libros de texto implican la respuesta a una determinada pregunta.

Pero el aspecto que más nos interesa para intentar clasificar el trabajo en esta subcompetencia es el tipo de respuesta que damos a la pregunta que se nos formula. Podemos ver que:

Si la respuesta que se pide es una respuesta única e inmediata, que se obtiene sin necesidad de relacionar datos o de establecer una cadena de pensamientos, estaremos ante una actividad englobada en el grupo de reproducción, el nivel más superficial de la competencia. Estaremos esperando que los estudiantes reproduzcan un procedimiento determinado de una determinada manera. También tendremos que considerar que la actividad está incluida en este grupo si las preguntas dan una ayuda directa para la resolución de la actividad. Generalmente el proceso de resolución de la actividad implicará un solo paso.



Un ejemplo del tipo de actividades que respondería a esta primera situación sería del tipo resolver una ecuación, realizar una determinada operación matemática, los habituales ejercicios que encontramos en la casi totalidad de los libros de texto, entendiendo como ejercicios los problemas rutinarios.

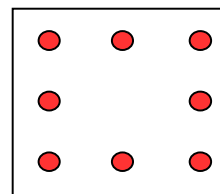
Si las preguntas pueden tener más de una solución y/u orientan pero no dirigen hacia la respuesta, o implican una concatenación de procesos, estaremos en una actividad que pertenece al grupo de conexiones, el siguiente nivel en la profundidad de la competencia. Un ejemplo de este apartado podría ser el siguiente problema:

María vive a dos kilómetros de su Instituto y Pablo a 5. ¿A qué distancia viven uno del otro?

Para resolver este problema hay que darse cuenta que no basta con restar las dos distancias para responder 3km. La idea fundamental es darse cuenta que la distancia de referencia es al instituto, que actúa como el centro de una circunferencia. A partir de esta referencia podemos ver que un intervalo es la respuesta correcta a la pregunta que formula el problema, por tanto se está pidiendo un razonamiento que está yendo más allá de la simple reproducción. Estamos por tanto en el grupo de conexiones.

Si para encontrar las respuestas hay que buscar nuevas estrategias de resolución respecto de las ya conocidas y su planteamiento abre nuevas vías de trabajo, estaremos dentro del grupo de reflexión. Un ejemplo de actividades relacionadas con este apartado podría ser:

Después de su fiesta de cumpleaños dos hermanos gemelos tienen que repartirse a partes iguales su pastel de cumpleaños de forma rectangular con la forma que muestra la figura. ¿Cómo pueden hacerlo de manera que siempre tengan el mismo número de cerezas?



Vemos que esta actividad no es de respuesta única. Hay infinitas soluciones para este problema, primero podemos intentar repartir el pastel con un solo corte de cuchillo, tendremos diversidad de maneras de hacer partes iguales. Pero también podemos intentarlo con dos cortes, tres u otras posibilidades. Por tanto, hace falta seguir nuevos esquemas e intentar nuevas vías de resolución que no sean la simple división.

Por lo tanto, para esta primera subcompetencia la herramienta de trabajo quedará como se muestra en el ejemplo:

Competencias		Objetivo	Tipo de respuesta	Según la solución	Estrategias de resolución
Pensar y razonar	Pensar matemáticamente	1.- ¿Está planteada a partir de preguntas con el objetivo de buscar la respuesta?	¿Se responde de manera única?	¿Hay más de una solución?	¿Implica nuevas estrategias de resolución? ¿Abre vías de investigación?
			¿Da ayudas directas?	¿Orienta más que dirige?	
			<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3.2 Comunicación

Niss sitúa la competencia COMUNICACIÓN en el bloque que hace referencia a "La habilidad de manejarse con las herramientas y el lenguaje matemático" y dentro de este bloque la coloca en tercer lugar. Por tanto, de alguna manera podemos llegar a entender que estamos hablando de una competencia que se sitúa en un nivel superior al puramente matemático. Estamos delante de una competencia que, siendo importante a nivel matemático, interviene también en otros muchos aspectos educativos. Por tanto, tendremos que cuidar de manera especial esta competencia en las actividades que diseñaremos para el trabajo matemático. El trabajo que debemos realizar para alcanzar la competencia en comunicación implica dos aspectos muy importantes que hemos de tener presentes. En primer lugar está la capacidad de comprender las afirmaciones orales y escritas que hagan terceras personas, y en segundo lugar, hemos de ser capaces de hacernos entender por terceras personas. Dos aspectos importantes, por tanto, expresarse correctamente para hacernos entender y comprender los mensajes que recibimos. Entendemos que las actividades matemáticas que pretendan fomentar y profundizar en esta subcompetencia, la deberán trabajar a diversos niveles, por un lado tendrá que haber trabajo individual de comprensión de textos y de mensajes orales, y trabajo en grupo, que necesariamente deberá incluir el trabajo de comunicar los resultados de los trabajos al resto de compañeros, en pequeños grupos o en gran grupo.

Para discriminar el grado de logro de la competencia tendremos que prestar atención a los resultados que nos solicite la actividad. Si no tenemos que justificar lo que hemos hecho, sino que la actividad sólo nos pide que expresemos un resultado y una unidad, si sólo se tiene que describir el trabajo realizado, estaremos en el grado más elemental de la competencia. Si la actividad va más allá y pide explicar propiedades y justificar procesos, estaremos en el grado medio de la competencia. El grado más alto de la competencia lo encontraremos cuando se pida a los estudiantes explicar relaciones más complejas, del tipo de relación lógica, por ejemplo.

Con estas consideraciones el apartado de nuestra herramienta de asignación de valor competencial, para esta competencia tendrá los siguientes aspectos.

Competencia	Objetivos	Tipo de respuesta	Según la solución	Estrategias de resolución
Comunicación/ Comunicar	7.- ¿Implica trabajo individual y en grupo y la necesidad de comunicar los resultados?	¿Pide lo que se ha hecho sin la necesidad de justificarlo?	¿Pide explicar propiedades y justificar procesos?	¿Pide explicar relaciones más complejas?

3.3 Instrumento de evaluación competencial

Siguiendo un procedimiento similar al de las dos subcompetencias anteriores, podemos completar el trabajo para las 8 subcompetencias. Nuestra herramienta para evaluar las actividades adquiere el siguiente aspecto.



La actividad	Tipo de respuesta	Según la solución	Estrategias de resolución
1.- ¿Está planteada a partir de preguntas con el objetivo de buscar la respuesta?	¿Se responde de manera única? ¿El enunciado da ayudas directas? <input type="checkbox"/>	¿Hay más de una solución? ¿Sobre todo orienta al estudiante? <input type="checkbox"/>	¿Implica nuevas estrategias de resolución? ¿Abre vías de investigación? <input type="checkbox"/>
2.- ¿Pretende aplicar conocimientos ya adquiridos y permite realizar nuevos aprendizajes?	¿Reproduce conocimientos? <input type="checkbox"/>	¿Relaciona aspectos matemáticos diversos en contextos nuevos? <input type="checkbox"/>	¿Permite utilizar diversas estrategias en contextos nuevos? <input type="checkbox"/>
3.- ¿Ayuda a relacionar conocimientos diversos dentro de la matemática o con otras materias?	¿Se relacionan conocimientos en contextos conocidos? <input type="checkbox"/>	¿Se relacionan conocimientos en contextos nuevos pero sencillos? <input type="checkbox"/>	¿Incluye una reflexión sobre los conocimientos? <input type="checkbox"/>
4.-¿Implica razonar sobre lo que se ha hecho y justificar los resultados?	¿Se sigue y justifica un proceso estándar? <input type="checkbox"/>	El proceso de argumentación, ¿implica varias etapas? <input type="checkbox"/>	¿Pide obtener una prueba? <input type="checkbox"/>
5.- ¿Permite trabajar con varios tipos de objetos matemáticos?	¿Trabaja con situaciones y objetos estándar? <input type="checkbox"/>	¿Utiliza diferentes representaciones? <input type="checkbox"/>	¿Permite objetos o representaciones no estándares? <input type="checkbox"/>
6.- ¿Permite trabajar con lenguaje natural y con lenguaje simbólico?	¿Plantea fórmulas en contextos muy familiares? <input type="checkbox"/>	¿Plantea fórmulas en contextos menos conocidos? <input type="checkbox"/>	¿Plantea fórmulas en contextos nuevos? <input type="checkbox"/>
7.-¿Implica la necesidad de comunicar los resultados?	¿Pide lo que se ha hecho sin necesidad de justificarlo? <input type="checkbox"/>	¿Pide explicar procesos y justificar propiedades? <input type="checkbox"/>	¿Pide explicar relaciones más complejas? <input type="checkbox"/>
8.- ¿Implica el uso de instrumentos?	Sí <input type="checkbox"/> No <input type="checkbox"/>	¿Establece claramente qué herramienta debemos utilizar? <input type="checkbox"/>	¿Solicita el uso de una herramienta pero en un contexto diferente del trabajado? <input type="checkbox"/>

Hemos desarrollado nuestro instrumento de evaluación para las 8 subcompetencias matemáticas que se plantean en el estudio PISA. Utilizarlo para evaluar las actividades matemáticas que desarrollamos en nuestras aulas nos deberá permitir conocer el grado de profundidad del trabajo matemático competencial que realizamos, y es evidente que si conocemos hasta dónde podemos trabajar la competencia matemática con las actividades que planteamos a nuestros alumnos, podremos desarrollar estrategias y metodologías para trabajar un nivel que permita que nuestros estudiantes adquieran una competencia matemática más elevada. Por ejemplo, si en lugar de trabajar con actividades que se engloban en el marco del grupo de reproducción, lo hacemos con actividades que permiten el trabajo dirigido hacia el grupo de reflexión, mejoraremos su competencia matemática.

4. Evaluación y enriquecimiento competencial de una actividad concreta

En este apartado mostramos cómo utilizar este instrumento de evaluación competencial con una actividad de un libro de texto de 1º de ESO. En este ejemplo también mostraremos cómo se puede enriquecer competencialmente a partir del instrumento diseñado.

Para ilustrar el ejemplo se ha tomado una actividad de un libro de texto de 1º de ESO de las consideradas por sus autores como de ampliación o de dificultad elevada.

Pablo y Ana están preparando una fiesta y son los encargados de la bebida. Compran 12 botellas de naranjada, 12 más de limonada y 12 más de cola, todas de 2 litros.

- a) ¿cuántos litros han comprado?
- b) Si cada botella de 2 litros vale 2 €, ¿cuánto dinero se han gastado?

4.1. Evaluación del pensar y razonar

Podemos evaluar esta actividad a partir de las preguntas planteadas, para determinar el grado de profundidad con el que se puede trabajar la competencia pensar y razonar. Las dos preguntas que nos formula vemos que se responden de manera única y no hay que relacionar conceptos para encontrar la respuesta a ninguna de las dos actividades que nos plantea. Las preguntas se formulan de manera directa y nos dicen exactamente lo que hay que hacer. Y para resolver las cuestiones no hay que buscar ninguna nueva estrategia, sólo nos hace falta sumar y multiplicar. Por tanto, nuestra herramienta nos indica que estamos delante de una actividad que nos permite desarrollar la competencia pensar y razonar a un nivel muy superficial.

La actividad	Tipo de respuesta	Según la solución	Estrategias de resolución
1.- ¿Está planteada a partir de preguntas con el objetivo de buscar la respuesta?	¿Se responde de manera única? ¿Da ayudas directas?	¿Hay más de una solución? ¿Orienta más que dirige?	¿Implica nuevas estrategias de resolución? ¿Abre vías de investigación?
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Esta actividad está encuadrada en el grupo de reproducción del trabajo competencial. La herramienta nos ayuda a mejorar la actividad si observamos las respuestas a los indicadores competenciales. Para poder incluir la actividad del alumno en el grupo de conexión, debemos modificar la pregunta para hacerla abierta, o semiabierta. Otro aspecto a considerar es trabajar con un conjunto de datos más abierto, o también, combinar las dos modificaciones. Por ejemplo, podemos reformular el problema de la siguiente manera:

Pablo y Ana están preparando una fiesta y son los encargados de la bebida. Disponen de 20€ para comprar naranjada, limonada y cola. La naranjada viene embotellada en botellas de 1l con un precio de 1€, la limonada en botellas de 2l a un precio de 3€ y la cola, está embotellada en botellas de 1,5l a un precio de 2€.

- a) ¿Podrán comprar, con los 20€, 10 botellas de limonada, 3 de naranjada y 4 de cola?
- b) Con los 20€, ¿cuál es la cantidad máxima de bebida que podrán comprar?
- c) ¿Existe alguna combinación de las tres bebidas que les permita exactamente gastar los 20€? ¿Es única esta combinación?



4.2. Evaluación del comunicar

Vemos que en esta actividad, las preguntas que se formulan a los estudiantes no son excesivamente ambiciosas por lo que se refiere a la subcompetencia COMUNICAR. Sólo nos piden escribir el resultado de unas determinadas operaciones matemáticas. Por lo tanto, nos estamos moviendo en el nivel más bajo de esta competencia. Se podría argumentar que en el desarrollo de la actividad el profesor pedirá al estudiante la justificación de lo que se ha hecho, pero hay que recordar que lo que estamos haciendo es valorar la actividad tal como está planteada en el libro de texto, y en éste no aparece reflejada de ninguna manera la gestión que hará el profesor en el aula.

Analizando la actividad podemos concluir.

La actividad	Tipo de respuesta	Según la solución	Estrategias de resolución
7.- ¿Implica la necesidad de comunicar los resultados?	¿Pide lo que se ha hecho sin necesidad de justificarlo? <input checked="" type="checkbox"/>	¿Pide explicar procesos y justificar propiedades? <input type="checkbox"/>	¿Pide explicar relaciones más complejas? <input type="checkbox"/>

Colocamos la x en el tipo de respuesta porque la actividad solicita responder a dos preguntas. Por un lado cuántos litros han comprado y, por otro, el dinero que se han gastado. La respuesta a estas preguntas es directa, la podemos responder con un número y una unidad. La actividad no solicita nada más, no pide explicar el procedimiento que se ha seguido, ni solicita que se justifiquen las etapas seguidas. Tampoco se pueden explicar procesos más complejos puesto que no existen.

Por tanto, podemos concluir que en esta actividad estamos trabajando la subcompetencia COMUNICAR en el nivel de reproducción. Para enriquecer el trabajo competencial comunicativo, debemos modificar la pregunta de la actividad para que los estudiantes expliquen el procedimiento utilizado para obtener el resultado que se les pide. Esto podemos hacerlo de diversas maneras, la más evidente consiste en demandarlo expresamente en el enunciado. Así, por ejemplo, se podría decir:

- 1) Explica el procedimiento que seguirán para saber cuántos litros de bebida han comprado.
- 2) Explica cómo calcularás la cantidad de dinero que necesitan para comprar la bebida si cada botella vale 2€.

Pero esta actividad ya la hemos modificado para permitir profundizar en la subcompetencia PENSAR Y RAZONAR. Podemos reescribir el problema combinando las dos modificaciones que hemos realizado:

Pablo y Ana están preparando una fiesta y son los encargados de la bebida. Disponen de 20€ para comprar naranjada, limonada y cola. La naranjada viene embotellada en botellas de 1l con un precio de 1€, la limonada en botellas de 2l a un precio de 3€ y la cola, está embotellada en botellas de 1,5l a un precio de 2€.

- a) Explica razonadamente si con los 20€ podrán comprar 10 botellas de limonada, 3 de naranjada y 4 de cola.
- b) Con los 20€, ¿cuál es la cantidad máxima de bebida que podrán comprar? Justifica tu respuesta detalladamente.
- c) ¿Existe alguna combinación de las tres bebidas que les permita gastar exactamente los 20€? ¿Es única esta combinación? Detalla el procedimiento que has seguido para obtener la respuesta.

Como podemos ver, ahora el problema queda formulado de manera que el trabajo competencial queda encuadrado en el grupo de reflexión.

4.3. Evaluación completa de la actividad.

En este apartado mostramos el uso de la herramienta para las 8 subcompetencias matemáticas. Veremos que utilizar este instrumento nos permite conocer el grado de profundidad del trabajo matemático que pueden desarrollar nuestros estudiantes. Y a partir de este conocimiento podremos mejorar las actividades que planteamos a los estudiantes con el objetivo de llevar su competencia matemática hasta el máximo de sus posibilidades.

Debemos considerar que aunque planteamos una pregunta para cada una de las subcompetencias, es importante recordar que las subcompetencias están estrechamente relacionadas entre sí, de manera que es muy posible que si introducimos, una modificación en la actividad para potenciar una subcompetencia, podemos modificar la evaluación de las otras. Por tanto, siempre tendremos que evaluar toda la actividad después de introducir modificaciones en su estructura.

Finalmente, vamos a evaluar la participación de las 8 subcompetencias en el problema citado.

Pablo y Ana están preparando una fiesta y son los encargados de la bebida. Compran 12 botellas de naranjada, 12 más de limonada y 12 más de cola, todas de 2 litros.
 a) ¿cuántos litros han comprado?
 b) Si cada botella de 2 litros vale 2 €, ¿cuánto dinero se han gastado?

La actividad	Tipo de respuesta	Según la solución	Estrategias de resolución
1.- ¿Está planteada a partir de preguntas con el objetivo de buscar la respuesta?	¿Se responde de manera única? ¿El enunciado da ayudas directas? <input checked="" type="checkbox"/>	¿Hay más de una solución? ¿Sobre todo orienta al estudiante? <input type="checkbox"/>	¿Implica nuevas estrategias de resolución? ¿Abre vías de investigación? <input type="checkbox"/>
2.- ¿Pretende aplicar conocimientos ya adquiridos y permite realizar nuevos aprendizajes?	¿Reproduce conocimientos? <input checked="" type="checkbox"/>	¿Relaciona aspectos matemáticos diversos en contextos nuevos? <input type="checkbox"/>	¿Permite utilizar diversas estrategias en contextos nuevos? <input type="checkbox"/>
3.- ¿Ayuda a relacionar conocimientos diversos dentro de la matemática o con otras materias?	¿Se relacionan conocimientos en contextos conocidos? <input type="checkbox"/>	¿Se relacionan conocimientos en contextos nuevos pero sencillos? <input type="checkbox"/>	¿Incluye una reflexión sobre los conocimientos? <input type="checkbox"/>
4.-¿Implica razonar sobre lo que se ha hecho y justificar los resultados?	¿Se sigue y justifica un proceso estándar? <input type="checkbox"/>	El proceso de argumentación, ¿implica varias etapas? <input type="checkbox"/>	¿Pide obtener una prueba? <input type="checkbox"/>
5.- ¿Permite trabajar con varios tipos de objetos matemáticos?	¿Trabaja con situaciones y objetos estándar? <input type="checkbox"/>	¿Utiliza diferentes representaciones? <input type="checkbox"/>	¿Permite objetos o representaciones no estándares? <input type="checkbox"/>



6.- ¿Permite trabajar con lenguaje natural y con lenguaje simbólico?		¿Plantea fórmulas en contextos muy familiares? <input checked="" type="checkbox"/>	¿Plantea fórmulas en contextos menos conocidos? <input type="checkbox"/>	¿Plantea fórmulas en contextos nuevos? <input type="checkbox"/>
7.-¿Implica la necesidad de comunicar los resultados?		¿Pide lo que se ha hecho sin necesidad de justificarlo? <input checked="" type="checkbox"/>	¿Pide explicar procesos y justificar propiedades? <input type="checkbox"/>	¿Pide explicar relaciones más complejas? <input type="checkbox"/>
8.- ¿Implica el uso de instrumentos?	Sí <input type="checkbox"/> No <input type="checkbox"/>	¿Establece claramente qué herramienta debemos utilizar? <input type="checkbox"/>	¿Solicita el uso de una herramienta pero en un contexto diferente del trabajado? <input type="checkbox"/>	No exige el uso de herramientas pero podemos utilizarlas. <input type="checkbox"/>

Nuestra herramienta nos permite determinar que hay tres competencias matemáticas que no se trabajaran en la actividad, y las cinco que se trabajan lo hacen a un nivel de reproducción.

A continuación, mostramos la misma evaluación, pero teniendo en cuenta los elementos de cambio que ya hemos introducido en los análisis anteriores.

Pablo y Ana están preparando una fiesta y son los encargados de la bebida. Disponen de 20€ para comprar naranjada, limonada y cola. La naranjada viene embotellada en botellas de 1l con un precio de 1€, la limonada en botellas de 2l a un precio de 3€y la cola, está embotellada en botellas de 1,5l a un precio de 2€.

a) Explica razonadamente si con los 20€ podrán comprar 10 botellas de limonada, 3 de naranjada y 4 de cola.

b) Con los 20€,¿cuál es la cantidad máxima de bebida que podrán comprar? Justifica tu respuesta detalladamente.

c) ¿Existe alguna combinación de las tres bebidas que les permita exactamente gastar los 20€? ¿Es única esta combinación? Detalla el procedimiento que has seguido para obtener la respuesta.

La actividad	Tipo de respuesta	Según la solución	Estrategias de resolución
1.- ¿Está planteada a partir de preguntas con el objetivo de buscar la respuesta?	¿Se responde de manera única? ¿El enunciado da ayudas directas? <input checked="" type="checkbox"/>	¿Hay más de una solución? ¿Sobre todo orienta al estudiante? <input checked="" type="checkbox"/>	¿Implica nuevas estrategias de resolución? ¿Abre vías de investigación? <input checked="" type="checkbox"/>
2.- ¿Pretende aplicar conocimientos ya adquiridos y permite realizar nuevos aprendizajes?	¿Reproduce conocimientos? <input checked="" type="checkbox"/>	¿Relaciona aspectos matemáticos diversos en contextos nuevos? <input checked="" type="checkbox"/>	¿Permite utilizar diversas estrategias en contextos nuevos? <input type="checkbox"/>
3.- ¿Ayuda a relacionar conocimientos diversos dentro de la matemática o con otras materias?	¿Se relacionan conocimientos en contextos conocidos? <input checked="" type="checkbox"/>	¿Se relacionan conocimientos en contextos nuevos pero sencillos? <input type="checkbox"/>	¿Incluye una reflexión sobre los conocimientos? <input checked="" type="checkbox"/>

4.- ¿Implica razonar sobre lo que se ha hecho y justificar los resultados?	¿Se sigue y justifica un proceso estándar? <input checked="" type="checkbox"/>	El proceso de argumentación, ¿implica varias etapas? <input checked="" type="checkbox"/>	¿Pide obtener una prueba? <input type="checkbox"/>	
5.- ¿Permite trabajar con varios tipos de objetos matemáticos?	¿Trabaja con situaciones y objetos estándar? <input checked="" type="checkbox"/>	¿Utiliza diferentes representaciones? <input checked="" type="checkbox"/>	¿Permite objetos o representaciones no estándares? <input type="checkbox"/>	
6.- ¿Permite trabajar con lenguaje natural y con lenguaje simbólico?	¿Plantea fórmulas en contextos muy familiares? <input checked="" type="checkbox"/>	¿Plantea fórmulas en contextos menos conocidos? <input type="checkbox"/>	¿Plantea fórmulas en contextos nuevos? <input type="checkbox"/>	
7.- ¿Implica la necesidad de comunicar los resultados?	Pide lo que se ha hecho sin necesidad de justificarlo. <input checked="" type="checkbox"/>	Pide explicar procesos y justificar propiedades. <input checked="" type="checkbox"/>	Pide explicar relaciones más complejas. <input type="checkbox"/>	
8.- ¿Implica el uso de instrumentos?	Sí <input checked="" type="checkbox"/> No <input type="checkbox"/>	¿Establece claramente que herramienta debemos utilizar? <input type="checkbox"/>	¿Solicita el uso de una herramienta pero en un contexto diferente del trabajado? <input type="checkbox"/>	No exige el uso de herramientas pero podemos utilizarlas. <input checked="" type="checkbox"/>

Podemos ver que con los cambios introducidos toda la valoración competencial de la actividad se ha desplazado hacia los grupos de conexión y de reflexión, por tanto hemos enriquecido competencialmente la actividad. Podemos intentar mejorar aún más esta actividad observando aquellas competencias que se trabajan en el nivel de reproducción para que la transformación de la actividad nos permita alcanzar un grado más alto en el trabajo de las subcompetencias. Las preguntas que formula la herramienta nos permiten detectar cuáles son las posibilidades de mejora en el trabajo competencial de las actividades.

5. Conclusiones

Introducir el término competencia matemática en los currículos de matemáticas implica plantearnos la riqueza competencial de las actividades que desarrollamos en el aula. Y dado que puede darse el caso que esta riqueza competencial no sea del grado que el profesor desea, éste se debe plantear el análisis de las actividades que realiza y transformarlas teniendo en cuenta el tipo de preguntas, las respuestas que pide y las estrategias para hallarlas.

Por eso, es importante disponer de un instrumento, como el presentado en este artículo, que permita detectar las competencias implicadas en una actividad matemática y cómo se puede modificar para aumentar su riqueza competencial. El procedimiento descrito nos permite conocer, además, el nivel al que se trabaja cada capacidad, según el marco teórico de referencia que se detalla en el texto.

Con lo expuesto, se ha resaltado una de las facetas de la tarea del profesor, la de evaluador y diseñador de las actividades, lo que no substituye sino que completa su labor de gestor de aula.



Bibliografía

- Legendre, M.-F., La notion de compétence au cœur des réformes curriculaires: effet de mode ou vecteur de changements en profondeur ? , Réf. 2003 (version de travail), 2007.
- Roegiers, X., L'approche par compétences dans le monde: entre uniformisation et différenciation, entre équité et inéquité In DIRECT 10, 2008.
- Niss, M., Quantitative Literacy: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges, Bernard L. Madison and Lynn Arthur Steen, Editors, National Council on Education and the Disciplines, Princeton, New Jersey, 2003
- OECD: Measuring Student Knowledge and Skills – A new Framework for Assessment, OECD, Programme for International Student Assessment (PISA), 1-104, Paris, France, 1999.
- CREAMAT, Indicadors de riquesa competencial. <http://phobos.xtec.cat/creamat/> Febrero, 2010.
- Matemàtiques PRÀCTICA. Editorial Santillana, 2007.
- Rico, L. (2007). La competencia matemática en PISA. *PNA: Revista de Investigación en didáctica de la matemática*, ISSN 1887-3987, Vol 1, nº 2, 47-66.
- Rico, L. (2006). Marco Teórico de evaluación en PISA sobre matemáticas y resolución de problemas. *Revista de educación*. ISSN 0034-8082 N° Extra 1. pags. 275-294

Lluís Mora Cañellas es Catedrático de Enseñanza Secundaria en el INS Llavanes de Sant Andreu de Llavanes. Ha publicado "El Drago: del juego a las funciones" (SUMA en 1990), "The use of strategy games favors learning of functional dependencies for demotivated students" dentro del proyecto SOCRATES "Professional Development of Teacher Researchers", colaborador del grupo MIGRAMAT y miembro del comité organizador de las XIV JAEM. Página web <http://phobos.xtec.cat/lmora1/investigat/index.html>. Actualmente está desarrollando un proyecto de investigación en la Universitat de Barcelona dirigido por la Dra. Núria Rosich sobre el aprendizaje de las matemáticas con medios virtuales.

Núria Rosich profesora de Didáctica de las matemáticas de la Universidad de Barcelona. Líneas de investigación en las que es especialista: a) educación matemática con alumnos con necesidades educativas especiales, b) formación de profesores, c) enseñanza y aprendizaje de las matemáticas de alumnos inmigrantes recién llegados en aulas multiculturales, d) el uso de las tecnologías de la información para la enseñanza de las matemáticas. Actualmente dirige el grupo de investigación DiversiMat.