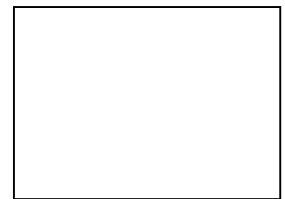


PROYECTO DE LA REAL ACADEMIA DE CIENCIAS
Estímulo del talento matemático Estalmat-Canarias
Prueba de selección
6 de junio de 2016



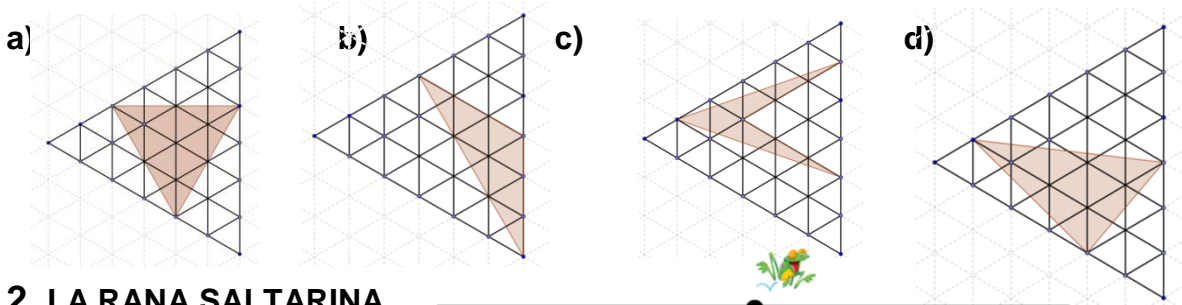
Nombre:.....
 Apellidos:.....
 Fecha de nacimiento:.....
 Teléfonos:.....
 e-mail:
 Centro de estudios: Curso:

Información importante que debes leer antes de comenzar a trabajar
DURACIÓN DE LA PRUEBA: 1 HORA Y MEDIA

En primer lugar debes mirar todos los ejercicios y después comenzar con los que te parezcan más sencillos. No es necesario que trabajes las tareas en el orden en que se te presentan. Escoge tú mismo el orden que te parezca mejor
No queremos conocer solamente tus soluciones, sino, sobre todo, tus propios caminos que te han llevado a ellas.
 Al final debes entregarnos todos los papeles que hayas utilizado.
 Nos interesa conocer las buenas ideas que se te ocurran en la solución de las tareas propuestas. Deberías tratar de describir estas ideas de la manera más clara posible. Para ello nos bastarán unas breves indicaciones. También nos interesan las soluciones parciales de las tareas propuestas. **Te deseamos mucho éxito.**

1. TRIÁNGULOS CON TRIÁNGULOS

Un triángulo equilátero de área 36 cm², está dividido en 36 triangulitos de 1 cm². Calcula, en cada caso, el área de los triángulos sombreados:



2. LA RANA SALTARINA

En el punto negro de esta línea recta hay una rana que salta, alternadamente hacia la derecha y hacia la izquierda de la siguiente forma:

- Si la rana se encuentra a una distancia d inferior a un metro del punto negro, tras dar su siguiente salto estará sobre la recta al doble de esa distancia del punto negro, o sea a $2d$ metros, pero en el lado opuesto.
Por ejemplo, si la rana está a la izquierda del punto negro a una distancia $d=1/5=0'2$ m, dará el salto a la derecha para caer a una distancia $2d=2/5=0'4$ m del punto negro.
- Si la rana se encuentra a una distancia d superior a un metro del punto negro, tras dar su siguiente salto estará sobre la recta a una distancia igual a $1/d$ del punto negro, pero en el lado opuesto.
Por ejemplo, si la rana está a la izquierda del punto negro a una distancia $d=5/2=2'5$ m, dará el salto a la derecha para caer a una distancia $1/d=2/5=0'4$ m del punto negro.

I) Pues bien, responde con tino a las siguientes preguntas y en todas tus respuestas indica a qué distancia y en qué lado del punto negro se encontrará la rana:

- a) Si inicialmente estaba a la izquierda del punto negro y a una distancia de 0'05 m, ¿dónde se encontrará exactamente tras dar dos saltos?
- b) ¿Y dónde se encontrará exactamente tras dar cinco saltos?
- c) ¿Y tras dar diez saltos?
- d) No te asustes, piensa un poco: ¿Y tras 2015 saltos?

II) Ahora queremos que nos digas en qué lado del punto negro y a qué distancia de él empezó la rana su periplo saltarín:

- e) Si después de tres saltos la rana se encuentra a la derecha y a 0'8 m del punto negro.
- f) ¿Y si fue así después de haber dado cinco saltos?

3. MATEMÁTICAS A LA CARTA

En el restaurante “**Matemáticas a la carta**”, da igual lo que comas, siempre se paga según el tamaño de los platos y no se admiten propinas. Es decir si comes un plato pequeño de sopa pagas lo mismo que si tomas un plato pequeño de pollo.

Hay tres tamaños de platos, pequeño, mediano y grande. Si comes un plato pequeño pagas x euros, si comes un plato mediano pagas y euros y si comes un plato grande pagas z euros. Los precios son números enteros positivos y están ordenados de acuerdo con el tamaño de los platos, es decir $x < y < z$. Por ejemplo, un plato pequeño podría valer 5 euros, uno mediano 8 euros y uno grande 9 euros.

María, Ana y Elena estuvieron ayer comiendo en el restaurante y entre las tres tomaron 9 platos pequeños, 6 medianos y 8 grandes. Cuando recibieron la cuenta se produjo la siguiente conversación:

María dijo: mira, el total es un número par.

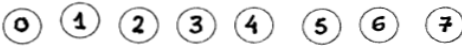
Ana dijo: y también es un múltiplo de tres.

Elena dijo: este restaurante está muy bien, la comida está muy rica y el precio es muy razonable pues entre las tres tenemos que pagar menos de 90 euros.

- Escribe en función de los precios de los platos la expresión que nos permite saber cuánto es el total.
- ¿Puede haber un plato pequeño que cueste 3 euros?
- ¿Puede haber un plato grande que cueste 5 euros?
- ¿Podrías decirnos cuánto cuesta cada plato?



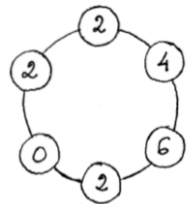
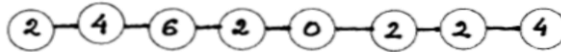
4. PULSERAS

Tienes muchas cuentas, tantas como necesites, numeradas del 0 al 7:  Con ellas vamos a hacer pulseras. Estas son las reglas:


- Elige dos de ellas para comenzar. Pueden tener el mismo número.
- Para elegir la tercera, suma los números de la primera y la segunda. Si te sale menos de 8 elige la cuenta con el número que te ha salido. Si te sale 8 o más, réstale 8 y elige la cuenta que te haya salido de la resta.
- Para elegir la cuarta se hace lo mismo que antes, con la segunda y la tercera cuentas.
- Continua hasta que se vuelvan a repetir las dos primeras cuentas en el mismo orden que se pusieron al principio.

Aquí tienes un ejemplo comenzando con 2 y 4:

Al repetirse de nuevo el 2 y el 4 la cadena se termina y se forma una pulsera como la de la derecha. Como hay seis cuerdecitas que unen las cuentas, decimos que esta pulsera tiene longitud 6.



Ten en cuenta que como la pulsera es cerrada se puede comenzar por cualquier lugar. Por ejemplo, la pulsera anterior es la misma que la que comienza por 6 y 2.

- Dibuja la pulsera comenzando con 0 y 1. ¿Qué longitud tiene? Si comienzas por 5 y 5 ¿se obtiene una pulsera diferente?
- Quitando la pulsera  ¿Qué longitud tiene la pulsera más pequeña? ¿Por qué?
- ¿De cuántas formas diferentes se puede comenzar una pulsera?
- ¿Cuántas pulseras diferentes se pueden hacer? Dibújalas todas y justifica tu respuesta.

5. LOS CUENTOS DE MI ESTANTERÍA

En mi habitación tengo una estantería, y en una balda, solo en una balda, coloco mi colección de cuentos.



1) Tengo 4 cuentos, 2 tienen las tapas de color ROJO, 1 tiene las tapas de color AZUL y el otro tiene las tapas de color VERDE. Para facilitar nuestra organización y distinguirlos bien en lugar de fijarnos en el título los vamos a llamar así:

R1, R2, A1 y V1.

La letra hace referencia al color y el número al número de cuentos de ese color.

Si tuviera 3 cuentos de tapas rojas, 2 de tapas azules y 2 de tapas verdes los llamaría así:

R1, R2, R3, A1, A2, V1 y V2.

Los cuentos los vamos a colocar en una balda de la estantería de manera que no puede haber dos cuentos seguidos del mismo color.

Por ejemplo, una ordenación posible es: **R1, A1, R2, V1.**

Y esta ordenación es distinta de esta otra: **R2, A1, R1, V1** ya que los cuentos de tapas rojas están cambiados entre sí.

- Escribe otra ordenación posible para estos cuentos.
- Escribe todas las posibles ordenaciones de los cuatro cuentos.

2) Mi colección aumenta y ahora tengo 3 cuentos de tapas rojas, uno de tapas azules y uno de tapas verdes. ¿De cuántas maneras se pueden colocar en una balda de manera que no haya dos cuentos juntos del mismo color?

No te pedimos que escribas todas las formas posibles, sólo queremos que digas cuántas maneras de colocarlos hay.