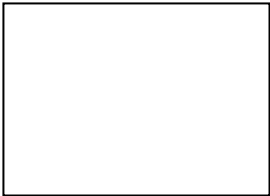


PROYECTO DE LA REAL ACADEMIA DE CIENCIAS

Estímulo del talento matemático



Prueba de selección 15 de junio de 2017

Nombre:.....
Apellidos:.....
Fecha de nacimiento:.....
Teléfonos:.....
E-mail: Curso:
Centro en el que estudias:.....

Información importante que debes leer antes de comenzar a trabajar

DURACIÓN DE LA PRUEBA: 1 HORA Y MEDIA

En primer lugar debes mirar todos los ejercicios y después comenzar con los que te parezcan más sencillos. No es necesario que trabajes las tareas en el orden en que se te presentan. Escoge tú mismo el orden que te parezca mejor.

No queremos conocer solamente tus soluciones, sino, sobre todo, los caminos que te han llevado a ellas.

Al final debes entregarnos todos los papeles que hayas utilizado.

Nos interesa conocer las buenas ideas que se te ocurran en la solución de las tareas propuestas. Deberías tratar de describir estas ideas de la manera más clara posible. Para ello nos bastarán unas breves indicaciones. También nos interesan las soluciones parciales de las tareas propuestas.

Te deseamos mucho éxito.

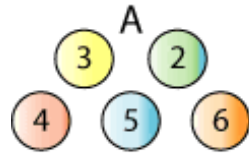


Real Academia de Ciencias
Exactas, Físicas y Naturales



1. JUEGO CON BOLAS

Tenemos una bolsa **A** de bolas numeradas que empleamos para un juego:



Para jugar, las bolas se mezclan y se eligen dos al azar. Por ejemplo:

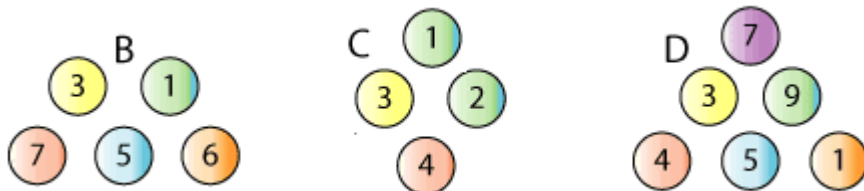


Luego se suman los números de las dos bolas elegidas: $4+5=9$

Si la suma es par, ganas. Si es impar, pierdes.

a) Un juego se dice que es **justo** si el número de parejas que te hacen ganar es el mismo que el número de parejas que te hacen perder. ¿Puedes justificar si el juego con la bolsa A es justo o no?

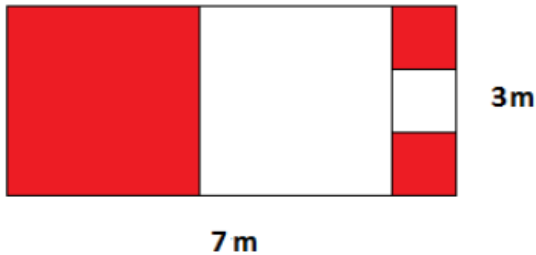
Tenemos ahora tres nuevas bolsas de bolas: B, C y D:



b) Ahora te dejan escoger entre las bolsas B, C y D. En cada caso haz el recuento de cuántas parejas de números puedes extraer y cuántas de ellas te hacen ganar. A la vista de tus cálculos, explica cuál de las tres bolsas escogerías para que tu posibilidad de ganar sea la mayor posible.

c) ¿Crees que podrías construir una bolsa con bolas numeradas que diese lugar a un juego justo? Explica tu respuesta.

2. EMBALDOSANDO UNA PARED



Queremos embaldosar una pared rectangular de 3m por 7m, utilizando exclusivamente baldosas cuadradas que sean de longitudes enteras, no necesariamente iguales y con el mínimo número total de ellas.

El número mínimo total en este caso sería de 5 losas cuadradas, ya que necesitaríamos 2 azulejos de lado 3m y 3 azulejos de lado 1m. Un posible diseño sería el que se muestra en la figura de arriba, aunque hay otros más.

- a) Si ahora queremos embaldosar una pared rectangular de 8m por 5m, con el mismo criterio anterior, ¿cuántas baldosas cuadradas necesitarías en total y de qué tamaño? **Dibuja algún diseño con ellas como ejemplo.**

- b) Con sólo baldosas cuadradas de lados 2m, 4m y 6m, ¿cuántas baldosas cuadradas necesitarías en total y de qué tamaño para embaldosar una pared de 22m por 6m? **Dibuja algún diseño con el número de baldosas encontrado.**

- c) Si ahora la pared es cuadrada de lado 9 m, y sólo disponemos de baldosas cuadradas de lado 1, 2, 4, 5 y 7 m, podemos encontrar ese número mínimo de dos formas distintas. **Encuéntralas y realiza un diseño con cada una de estas dos posibilidades.**

3. EL PALACIO DE LAS HADAS

Las hadas viven en un palacio que tiene muchos pisos numerados así: 1,2,3,4,5.....

Para ir de un piso a otro piso hay que utilizar una varita mágica y en cada piso hay dos varitas mágicas, una es roja y la otra es azul.



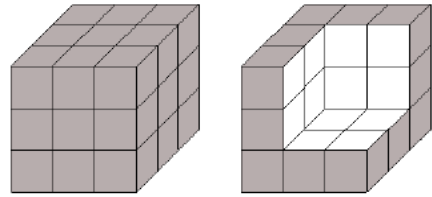
Si tocas la varita mágica roja puedes ir 10 pisos más arriba o 10 pisos más abajo. Por ejemplo, si estás en el piso 37 y tocas la varita roja puedes ir al piso 47 o al piso 27.

También puedes tocar la varita azul. Si la tocas puedes subir a otro piso que es el triple del piso que estás más uno, por ejemplo, si estás en el piso 5 puedes ir al piso $16=3.5+1$. También puedes moverte en sentido contrario, por ejemplo, si estás en el piso 13 podrías ir a la 4 porque $13=3.4+1$.

- a) El hada del Bosque vive en el piso 1. ¿Crees que podría llegar al piso 13? ¿Podría ir al piso 40? Y ¿al piso 93? Y ¿al piso 57? Si puede llegar a uno de estos pisos explica qué varitas ha tocado y en qué orden. Si crees que no puede llegar explica por qué.
- b) ¿Podrías decir alguna propiedad que cumplan los números de todos los pisos a los que puede llegar el hada del Bosque?
- c) El hada de la Luna vive en la planta 2. Describe cómo puede llegar el hada de la Luna a la planta 57.

4. PINTANDO CUBOS Y CUBITOS

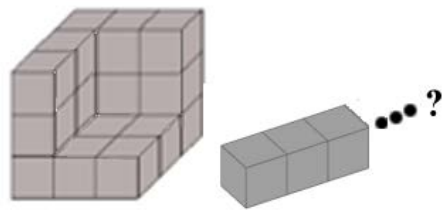
Hemos necesitado exactamente 9 botes de pintura para pintar exteriormente (por todas sus caras, también las que no se ven, como la lateral izquierda, la trasera y la inferior) el cubo de la izquierda que, como se ve, está construido adosando cubitos todos iguales.



Después hemos quitado unos cuantos cubitos para dejar la figura como se ve a la derecha.

- a) ¿Cuántos botes de pintura necesitaremos para pintar la parte de la figura que no está pintada?

Ahora ya tenemos esta figura pintada exteriormente (recordad que también por la izquierda, por detrás y por debajo). Vamos a desmontarla y pegando los cubitos en la posición que nos vaya mejor, queremos construir solo una gran fila de cubitos, en la que queremos pintar todas las caras que no lo estén.



Tenemos un solo bote de pintura como los del apartado a).

- b) ¿Cuál es el máximo número de cubitos que podremos poner en la fila para que la podamos pintar completamente con ese único bote de pintura? Explica cómo los tienes que colocar

5. INTERCAMBIO DE CIFRAS

a) Escribe en orden todos los números que se pueden obtener con todas las cifras del número 123. Fíjate en cada uno de ellos y señala los que con un simple intercambio de dos cifras permiten obtener el número 123.

b) Escribe ordenadamente todos los números que se pueden obtener con todas las cifras del número 1234. ¿Cuántos son? Fíjate en cada uno de ellos y señala los que con un simple intercambio de dos cifras permiten obtener el número 1234. ¿Cuántos son?

c) ¿Realmente necesitas escribirlos todos los números para poder responder a la última cuestión de los dos apartados anteriores? Sin escribirlos todos ¿Cuántos números se podrán obtener con todas las cifras del número 12345? ¿Cuántos de ellos permiten con un simple cambio de dos cifras obtener el número 12345? Explica tu respuesta.