



PROYECTO DE LA REAL ACADEMIA DE CIENCIAS Estímulo del talento matemático



Prueba de selección 3 de junio de 2019

Nombre:.....
Apellidos:.....
Fecha de nacimiento:.....
Teléfonos:.....
Centro en el que estudias:.....

Información importante que debes leer antes de comenzar a trabajar DURACIÓN DE LA PRUEBA: 1 HORA Y MEDIA

En primer lugar debes mirar todos los ejercicios y después comenzar con los que te parezcan más sencillos. No es necesario que trabajes las tareas en el orden en que se te presentan. Escoge tú mismo el orden que te parezca mejor.

No queremos conocer solamente tus soluciones, sino, sobre todo, tus propios caminos que te han llevado a ellas.

Te entregaremos cuatro folios y en cada uno de ellos debes realizar, por separado cada problema, si necesitas más folios también puedes usarlo, pero no mezclar varios problemas en el mismo folio.

Al final debes entregarnos todos los papeles que hayas utilizado.

Nos interesa conocer las buenas ideas que se te ocurran en la solución de las tareas propuestas. Deberías tratar de describir estas ideas de la manera más clara posible. Para ello nos bastarán unas breves indicaciones. También nos interesan las soluciones parciales de las tareas propuestas.

Tienes una hora y media en total. No deberías emplear demasiado tiempo para un mismo ejercicio.

Consejo: utiliza un máximo de 20 minutos para cada ejercicio.

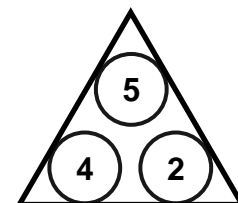
Te deseamos mucho éxito.

1. TRICÁLCULOS

En este problema sólo pueden utilizarse números naturales (1, 2, 3, 4, etc.). Sobre un triángulo como el del dibujo situamos tres números en los tres círculos. A continuación, realizamos la siguiente operación a la que llamamos el tricálculo de los tres números:

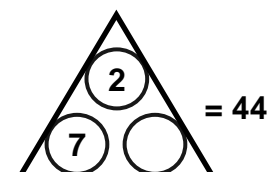
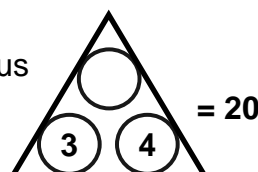
Nº de Abajo Izquierda x Nº de Abajo Derecha + Nº de Arriba

Por ejemplo, en el triángulo de la derecha, el tricálculo de los tres números vendrá dado por: $4 \times 2 + 5 = 13$.

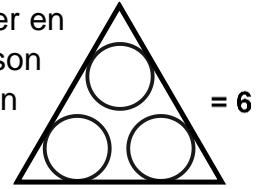


Responde las siguientes cuestiones:

a) Completa los siguientes triángulos para que sus tricálculos sean los indicados:



- b) ¿Cuántos triángulos existen cuyo tricálculo da como resultado 6? Debes tener en cuenta que los números de los vértices pueden repetirse y que dos triángulos son diferentes si sus números están colocados en diferentes círculos, aunque sean los mismos números.
- c) Recuerda que los cuadrados perfectos son los números que puedes expresar como el cuadrado de un número natural, es decir: 1, 4, 9, 16, etc. Si en los vértices de abajo ponemos dos números consecutivos (seguidos), ¿cuál es el número más pequeño que podemos poner en el vértice de arriba para conseguir un cuadrado perfecto como resultado del tricálculo? Explica por qué crees que no hay uno más pequeño.
- d) Si en los números de abajo ponemos un número y su triple, ¿qué número pondremos en el vértice de arriba para conseguir un cuadrado perfecto como resultado del tricálculo?



2. REGALO DE CANICAS

Diego y Marta suelen jugar a las canicas por las tardes. Como son muy amigos, deciden intercambiarlas de una forma especial. El primer día, el que tiene más canicas le regala una al otro. El segundo día, el que tiene más canicas le regala 2 de sus canicas al otro, el tercer día el que tiene más canicas le regala tres al otro, y así sucesivamente.

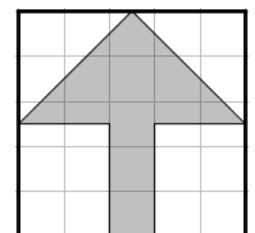


Continúan así todos los días, de forma que cada día, el que tiene más canicas, le regala canicas al otro, pero siempre se regala una más que el día anterior. Por ejemplo, si Marta tuviera 9 canicas y Diego 12, el primer día Marta se iría a casa con 10 y Diego con 11, el segundo día Marta tendría 12 (dos más) y Diego 9 (dos menos), el tercer día Marta tendría 9 (tres menos) y Diego 12 (tres más), ...

- Si inicialmente Marta tiene 5 canicas y Diego 6, ¿cuántas canicas tendrá cada uno al cabo de tres días? ¿Cuántos días van a pasar hasta que alguno de los dos se quede sin canicas?
- Si Marta tuviera 50 canicas y Diego 51 canicas, ¿cuántos días pasarían hasta que alguno se quedara sin canicas? Explica tu razonamiento.
- Da dos ejemplos en los que después del intercambio correspondiente a ese día Marta y Diego se queden con el mismo número de canicas. ¿Puede ser después del primer día? ¿Puede ser después del segundo día?
- ¿Cuál debe ser la diferencia entre el número de canicas de uno y otra para que después del intercambio del día 20 queden ambos con el mismo número? Justifica tu respuesta.

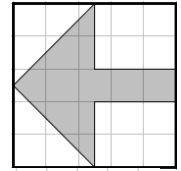
3. FLECHAS QUE SE SUPERPONEN

Tenemos una cuadrícula dibujada en un tablero cuadrado de **crystal** de 5 cm x 5 cm. En el tablero se ha pintado una flecha que la figura muestra dibujada a escala. Obsérvese que tres vértices están en los puntos medios de tres de los lados del cuadrado; que el lado más corto de la flecha mide 1 cm, centrado en el otro lado del cuadrado, y que la flecha se completa con segmentos paralelos a los lados del cuadrado.

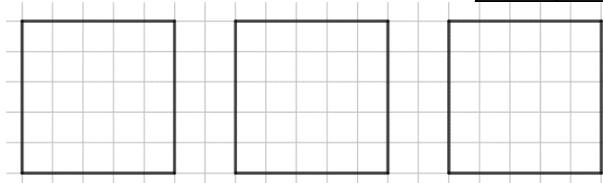


- ¿Cuál es el área de la flecha?

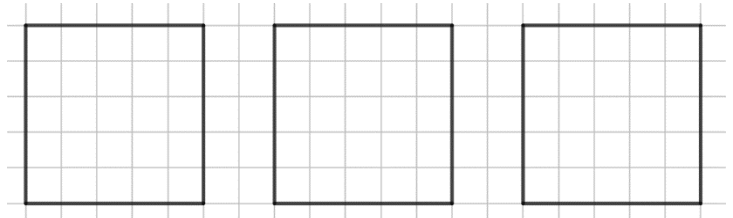
Tenemos otra flecha como la anterior, que colocamos girada así, como ves a la derecha, y entonces superponemos los dos tableros (que, recuerda, son de cristal).



b) ¿Cuál es el área total recubierta por las dos flechas en el cuadrado de 5 x 5?



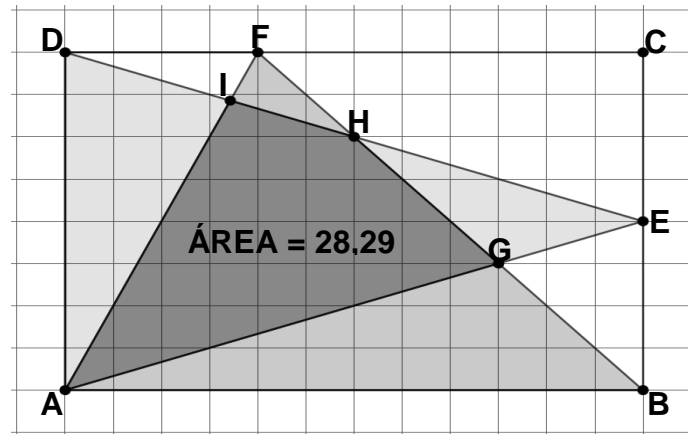
c) ¿Cuál es el área del polígono determinado por la zona donde se superponen las dos flechas?



En esta figura, cada cuadradito tiene un centímetro de longitud y los puntos A, B, C, D, E, F, G y H son puntos de su cuadrícula.

¿Cuál es el área del triángulo AED? ¿Y la del triángulo ABF?

d) Sabiendo que el área de la parte común a los dos triángulos, es decir el área del cuadrilátero AGHI, es 28,29 cm². ¿Cuánto mide el área del triángulo DFI?



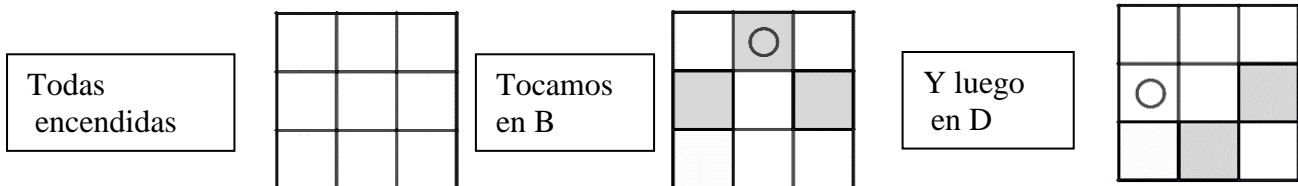
4. ILUMINACIÓN EN EL MUSEO CARRÉ

El museo Carré tiene forma de cuadrado y tiene 9 salas cuadradas iguales, A, B, C, ...

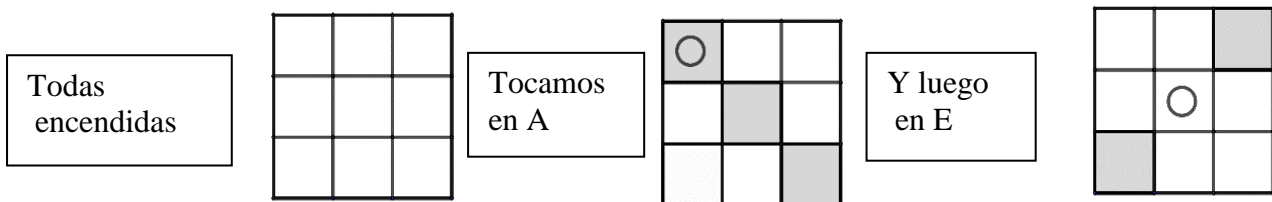
En cada una de ellas hay un interruptor de la luz que enciende o apaga a la vez la luz de esa sala y de las que están en diagonal con ella.

Así si partimos con todas las salas iluminadas y tocamos el interruptor de B, se apagan las salas B, D y F. Si a continuación apretamos el interruptor de D, se encienden D y B que estaban apagadas y se apaga H que estaba encendida. Un esquema posible de la secuencia **B→D** es:

A	B	C
D	E	F
G	H	I



Con todas las salas iluminadas, si tocamos en A se apagan A, E e I. Si a continuación tocamos en E, se encienden A, E e I, y se apagan C y G. Así pues, la secuencia **A→E** es:



En todos los apartados del problema partimos de que todas las salas del museo comienzan estando iluminadas.

- a) ¿Razona qué ocurre si tocamos el mismo interruptor dos veces seguidas?
- b) Si tocamos dos interruptores distintos, ¿importa el orden en que lo hagamos? Razona tu respuesta.
- c) Escribe una secuencia de interruptores ordenada (lo más corta posible) para dejar apagadas todas las salas. (Puedes dejar cuadrados en blanco si no los necesitas, o añadir nuevos si te hacen falta).

□ → □ → □ → □ → □ → □ → □ → □ → □ → □ → □ → □ → □

- d) Escribe una secuencia de interruptores ordenada (lo más corta posible) para dejar encendida solo la sala central E. (Puedes dejar cuadrados en blanco si no los necesitas, o añadir nuevos si te hacen falta).

□ → □ → □ → □ → □ → □ → □ → □ → □ → □ → □ → □ → □

CUADRADOS PARA PRACTICAR
