



# PROYECTO DE LA REAL ACADEMIA DE CIENCIAS

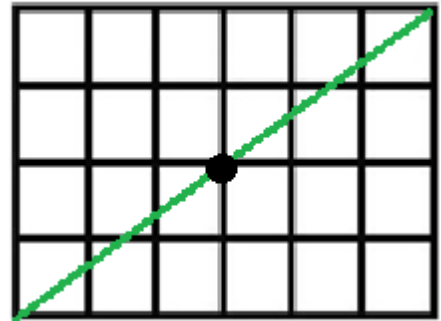
## Estímulo del talento matemático

Prueba de selección Canarias  
3 de octubre de 2020

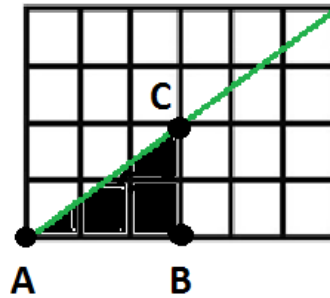
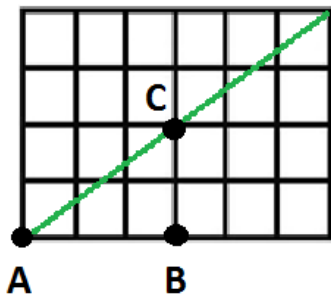


### 1. TRIÁNGULOS

Consideramos cuadraditos de 1 cm. de lado y con ello formamos rectángulos de base  $m$  cm. y altura  $n$  cm. Después trazamos la diagonal que va desde la esquina inferior izquierda del rectángulo a la esquina superior derecha. Esta diagonal corta a los cuadraditos en varios puntos. Marcamos el primer punto donde la diagonal corta a uno de los vértices de los cuadraditos. En el ejemplo de la figura, se ha considerado un rectángulo de base  $m=6$  y altura  $n=4$ .

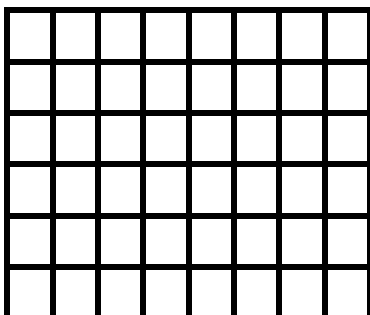


Esto forma un triángulo rectángulo ABC utilizando la base y la altura hasta el punto marcado.

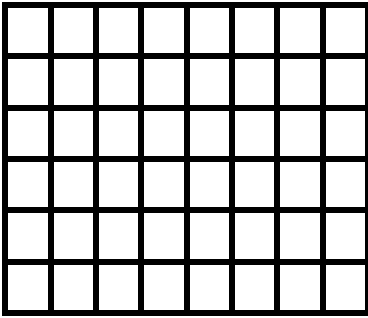


Estamos interesados en el área de este triángulo rectángulo.

- a) ¿Cuánto vale esta área si  $m=6$  y  $n=4$ ?
- b) ¿Cuál es el área del triángulo si  $m=7$  y  $n=5$ ?

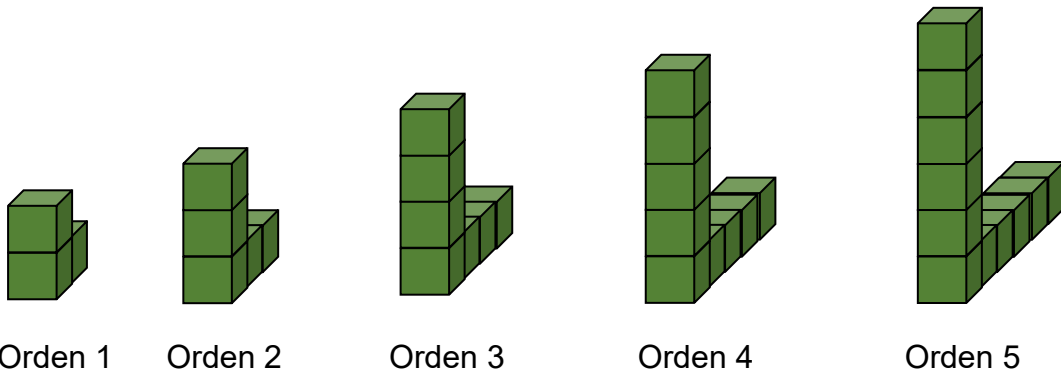


c) ¿Cuál es el área del triángulo si  $m=n$ ?



## 2. TORRES DE CUBOS EN FORMA DE L

Con cubos blancos hacemos construcciones en forma de L, como en la figura, y una vez armadas pintamos de color verde las caras que se ven (las que apoyan en el suelo o se adosan a otro cubo no se ven)



a) Rellena la tabla siguiente en donde la última columna indica las caras pintadas de los primeros órdenes de construcción.

Número de orden n	Total cubos N	Total caras pintadas P
1		
2		
3		
4		
5		

b) Buscar una expresión general que dé el número de caras pintadas para una construcción de orden n cualquiera.

- c) En la construcción de orden 500, ¿cuántos cubos hay y cuántas caras estarán pintadas? ¿Y en la de orden 2019?
- d) ¿Es posible una construcción que tenga 5245 cubos? ¿Y una que tenga 2441 caras pintadas? Indicar qué tipo de números pueden expresar el número de caras pintadas de una construcción.

### 3. REGALO SORPRESA

Dos chicas Ana y Belén y dos chicos Antonio y Bruno participan en un juego: cada chica escribe en un papel el nombre de un chico al que le va a dar un regalo y cada chico escribe en otro papel el nombre de una chica a la que le va a dar un regalo.

Para simplificar la notación vamos a designar a las chicas con la inicial de su nombre en mayúscula y a los chicos con la inicial de su nombre en minúscula. Por ejemplo, una posibilidad sería la que se muestra en la figura de la derecha: en este ejemplo

A	a
B	a
a	A
b	A

A escribe a, B escribe a, a escribe A y b escribe A.

Fíjate que en este caso Antonio (a) recibe dos regalos pero Bruno (b) ninguno y Ana(A) recibe dos regalos y Belén ninguno.

- a) Podrías explicar cuántas posibilidades hay en total.
- b) Vamos a pensar cuántas posibilidades hay de manera que todo el mundo reciba un regalo, y está claro que si A regala a b es una posibilidad distinta de que A regale a "a".
- c) Y ahora vamos a contar cuántas posibilidades hay evitando que dos personas se intercambien regalos, es decir si A regala a b, entonces b no regala a A.

## 4. CINCO NÚMEROS ENTEROS POSITIVOS

- a) Elegimos dos números enteros positivos distintos, por ejemplo 4 y 7 y a partir de aquí generamos estos cinco números

4,7,10,13,16.

Observa que la suma de los 5 números es un múltiplo de cinco y que si hacemos todas las sumas posibles de dos en dos hay tres resultados repetidos ¿Cuáles son estos resultados repetidos?



- b) Elige otros 5 números distintos de los anteriores que cumplan que si se suman de dos en dos sólo hay 7 resultados diferentes.
- c) Imagina que ahora eliges cuatro números distintos:  $a < b < c < d < e$ . Escribe todas las sumas posibles y comprueba que hay siete sumas que claramente puedes ordenar de menor a mayor.
- d) Si sólo puede haber siete sumas diferentes, ¿qué sumas tienen que estar repetidas?