

PROBLEMAS XVI TORNEO DE MATEMÁTICAS

PRIMERA FASE

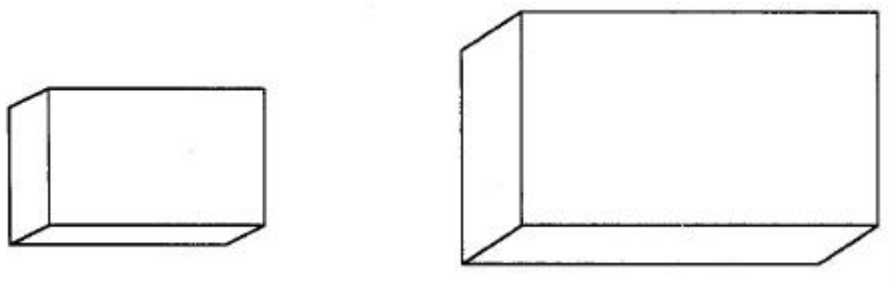
XVI-1-1

Por una pequeña ventana transparente de una caja cerrada que contiene 100 bolas, pueden verse diez de ellas: 3 blancas y 7 azules. ¿Qué podemos decir respecto a cada una de las transformaciones siguientes?

(Pon una x en el círculo de la respuesta correcta: V para "es verdad"; F para "es falso"; P para "es muy probable" y PP para "es muy poco probable").

XVI-1-2

En una caja que mide $5\text{cm} \times 4\text{cm} \times 3\text{cm}$ caben 60 dados cúbicos. Si aumentamos el volumen de la caja para que quepan 480 dados y conservamos las proporciones entre sus lados, ¿cuánto medirán estos lados ahora? Explica tu respuesta.



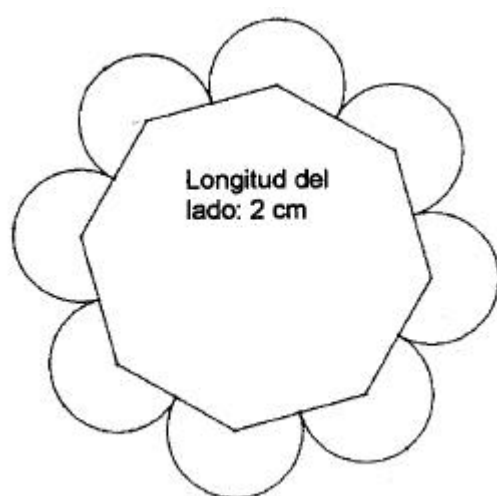
XVI-1-3

Una actriz, muy conocida y aficionada a las matemáticas, fue preguntada en una entrevista por su edad.

- Tengo 45 años ..., sin contar sábados ni domingos
- ¿Cuál es su edad verdadera?

XVI-1-4

Calcula el área de las regiones limitadas por los arcos de circunferencia y los lados del octógono, que son sectores circulares de círculos con diámetro igual a la longitud del lado del octógono representado, que es de 2 cm.



XVI-1-5

Hay parejas de números primos donde uno es el resultado de invertir el orden de las cifras del otro, como por ejemplo, 13 y 31. Y otros que, por ser capicúas, no se distinguen uno del otro, como 131 y 131.

Encuentra las demás parejas de números primos con dos o tres cifras, que tengan las anteriores propiedades.

Indica qué números primos no pueden tener esas propiedades y por qué.

XVI-1-6

El minuterero de un reloj recorre en una hora la totalidad de la esfera del reloj, es decir, pasa por encima de todos los números de las horas, mientras que el horario, la aguja pequeña, pasa por encima de dos números. ¿En qué período de un cuarto de hora la suma de los números por los que pasan las dos saetas, es mayor?

Resolución

Entre las doce menos cuarto y las doce.

En ese período de tiempo, contando también el comienzo y el final, el minuterero pasa por encima de los números 9, 10, 11 y 12, y el horario pasa por encima del 12.

En ese caso, la suma es $9 + 10 + 11 + 12 + 12 = 54$

SEGUNDA FASE**XVI-2-1**

Unas cabra se encuentra atada con una cuerda de 8 m de largo a una de las esquinas de una caseta cuya base tiene la forma de un triángulo equilátero de 4 m de lado. ¿Cuál sería entonces el área de la superficie en la que puede comer la cabra?

XVI-2-2

Tenemos una fracción irreducible $\frac{a}{b}$. Si a cada uno de los dos términos de la misma le sumamos el denominador y a la fracción resultante le restamos la de partida, volvemos a obtener la fracción de partida. ¿De qué fracción se trata?

XVI-2-3

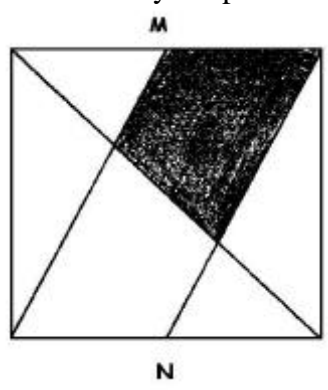
¿En cuántos ceros termina el producto de los cien primeros números naturales?

XVI-2-4

A un estanque vacío llegan tres tuberías, procedentes de tres galerías de agua, y cada una tiene una llave en su extremo. Si abrimos sólo la primera, el depósito se llena en 15 minutos. Si abrimos sólo la segunda, éste se llena en 30 minutos. Y, finalmente, si abrimos sólo la tercera, el depósito se llena en 45 minutos. ¿En cuánto tiempo se llenaría si abriésemos las tres llaves a la vez?

XVI-2-5

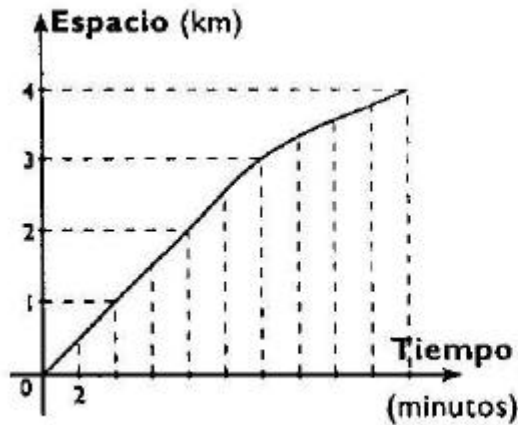
La figura representa un cuadrado y los puntos M y N son puntos medios de sus lados.



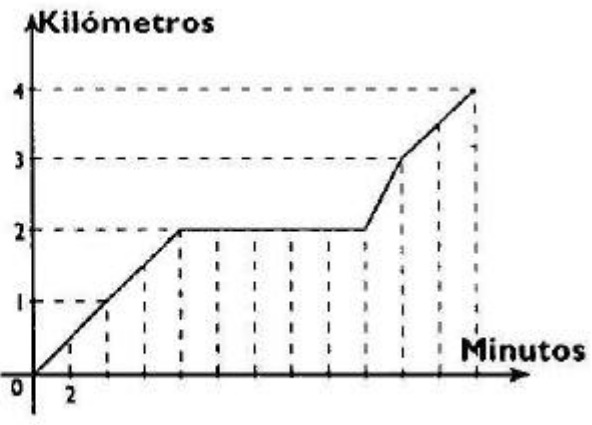
¿Qué fracción del total representa la parte sombrada?

XVI-2-6

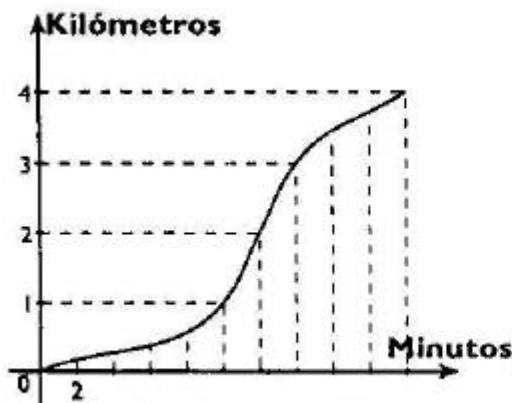
Cuatro hermanos van en bicicleta al Instituto, que se encuentra a 4 km de distancia de su casa, cada uno por su cuenta. La primera clase comienza a las 8 horas 15 minutos. Las gráficas que se adjuntan muestran cómo han ido hoy al Instituto:



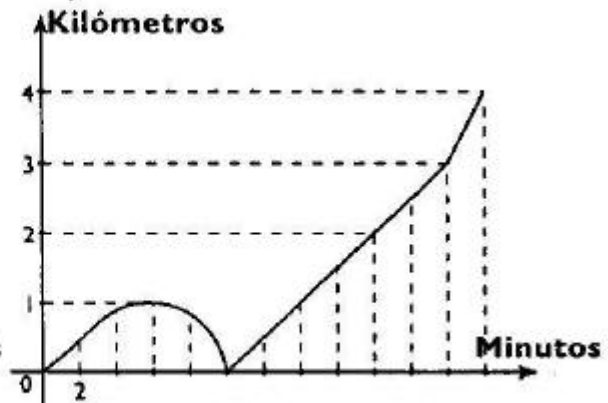
Marcos llegó a las 8,10 h.



Laura salió a las 7,55 h.



Naia llegó a las 8,10 h.



Alex salió a las 7,45 h.

Uno de los hermanos dice: "Yo salí de mi casa haciendo el recorrido primero muy despacio, pero después he tenido que acelerar a tope para no llegar tarde a clase". ¿quién es el que ha dicho eso?

- Describe, con tus propias palabras, cómo ha sido el recorrido de aquél que llega más temprano al Instituto.
- ¿Alguno de los cuatro llegó tarde a clase? En tal caso, ¿a que hora llegó?
- Enrique, que es vecino de los hermanos, también fue hoy al Instituto y dice lo siguiente: "Salí de casa a las 7 horas 30 minutos y tardé 5 minutos en recorrer el primer kilómetro. Paré a comprarme un bocata y a las 7 horas 45 minutos volví a casa, porque se me había olvidado el cuaderno de matemáticas. Salí de nuevo a toda la velocidad que pude y a las 8 horas 12 minutos llegué al Instituto". Dibuja la gráfica del recorrido de Enrique.